

四旋翼无人机飞行姿态模型参考自适应控制^①

陈国定, 程嘉晖, 张晓峰, 柳正扬

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023)

摘要: 四旋翼无人机具有机械结构简单、可垂直起降等优势, 在各个领域都有极广泛的应用. 经典控制算法如 PID 对无人机在受扰动或环境变化时的控制效果不理想, 难以调节至平衡状态. 论文对动力学建模加以适当简化, 设计了自适应控制律, 数值仿真实验结果表明, 模型参考自适应控制能在很大范围内有效屏蔽干扰, 验证该算法是有效的.

关键词: 四旋翼无人机; 自适应控制; 模型参考

Model Reference Adaptive Attitude Control Method for Quadrotor UAV

CHEN Guo-Ding, CHENG Jia-Hui, ZHANG Xiao-Feng, LIU Zheng-Yang

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: Quadrotor UAV is a research hotspot in recent years, who is widely used in many fields because of its advantages in simple structure and vertical take-off and landing. The control effect of classical control algorithm, such as PID Control algorithm, is not satisfying when the UAV is under disturbance or in a changing condition, the UAV can't be adjusted to equilibrium state when it's under large disturbance. This paper modeled through dynamics and properly simplified it, designed the adaptive control law, and the numerical experiment shows that model reference adaptive control can block out disturbance, verifies that this algorithm is effective.

Key words: quadrotor UAV; adaptive control; model reference

四旋翼无人机具有体积小、机械结构简单、可垂直起降、控制灵活等优势, 在民用、商用乃至军用领域都得到了快速的发展. 其中飞行控制系统是无人机的核心^[1], 无人机要完成自主飞行, 需要控制系统对内回路(姿态回路)和外回路(水平位置和高度回路)都具有良好的控制特性. 内回路控制性能是外回路控制的基础, 其性能优劣, 直接影响外回路的控制结果, 从而影响无人机自主飞行性能^[2]. 然而, 由于无人机飞行过程中存在随机扰动, 无人机的控制过程呈现出极强的时变等特征, 使得常规的控制算法不能满足设计要求^[3]. 因此, 怎样提高在受扰动环境下控制系统的稳定性已成为了当前四旋翼无人机研究的热点.

本文针对无人机在受扰动环境下的姿态自适应控制算法进行了研究, 提出了自适应控制律. 数值仿

真实验结果表明, 相比于常规控制算法如经典 PID 算法, 自适应控制律在适应性上明显具有优势, 能在很大范围内有效抑制干扰带来的影响.

1 姿态系统动力学建模

首先, 选择合适的坐标系对运动过程中各类参数进行定义和描述. 常见的坐标系包括机体坐标系和地面坐标系.

四旋翼的飞行姿态由欧拉角 (Ψ, Θ, Φ) 描述, 分别表示偏航角、俯仰角和横滚角^[4]. 首先假设四旋翼的广义坐标 $q = (x, y, z, \Psi, \Theta, \Phi)$, 其中 (x, y, z) 表示机体距地面坐标系原点 O_g 的距离, 用 M_1, M_2, M_3, M_4 表示前后左右四个电机, 对应的电机电压为 V_1, V_2, V_3, V_4 , 产生的升力计为 F_1, F_2, F_3, F_4 . 假设:

^① 基金项目: 国家级大学生创新创业训练项目(201410337034); 浙江省大学生科技创新活动计划(2014R403050)

收稿时间: 2015-03-17; 收到修改稿时间: 2015-05-07

- 1) 四旋翼飞行器为完全均匀对称的刚性结构;
- 2) 电机转速与输入电压呈线性关系;
- 3) 飞行器的质心与坐标系的原点完全重合;
- 4) 地面坐标系为惯性坐标系, 不考虑地球曲率以及重力加速度随高度变化的影响。

根据 Newton-Euler 方程, 得到在机体坐标系四旋翼受外力的动力学表达式

$$\begin{bmatrix} ml & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega \times mV \\ \omega \times J\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \tau \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, m 是无人机的质量, F 为机体所受的合外力, τ 为机体所受的合力矩, I 为 3×3 的单位矩阵, $J \in R^{3 \times 3}$ 是惯性矩阵, V 表示在机体坐标系下的线速度矢量, ω 表示机体坐标系下的角速度。

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

对无人机受力和力矩分析, 可将式(1)重写为:

$$\begin{cases} m \frac{d}{dt} V = F_f + F_g \\ \tau = -\dot{\theta} \times J \dot{\theta} + \tau_{total} \end{cases} \quad (3)$$

式中向量 $\theta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$, τ_{total} 表示机体上的总力矩, F_f, F_g

分别为:

$$F_f = R \sum_{i=1}^4 F_i \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$F_g = \begin{bmatrix} mg \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

F_i 为第 $i(i=1,2,3,4)$ 个旋翼产生的升力 $F_i = b\Omega_i^2$, 与旋翼转速 Ω_i 的平方成正比, b 为升力因子, R 为机体坐标系转换至地理坐标系的转换矩阵. 将式(4), 式(5)代入式(3)第一个式子中可得:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rb \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

再将式(3)第二个式子展开可得:

$$\begin{bmatrix} I_x \ddot{\Phi} \\ I_y \ddot{\Theta} \\ I_z \ddot{\Psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} + \Gamma_b + M_g \quad (7)$$

其中 Γ_b 由旋翼产生的力矩和由于陀螺效应产生的漂移

力矩^[5,6]组成, 即:

$$\Gamma_b = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lb(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

M_g 为重力在机体旋转过程中产生的重力力矩, 可表示为:

$$M_g = J_r (\dot{\Theta} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}) (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \quad (9)$$

综上, 四旋翼的六自由度动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{\Phi} = \dot{\Theta} \Psi \frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{J_r}{I_x} \dot{\Theta} \Omega_r + \frac{l}{I_x} U_1 \\ \dot{\Theta} = \dot{\Phi} \Psi \frac{I_z - I_x}{I_y} - \frac{J_r}{I_y} \dot{\Phi} \Omega_r + \frac{l}{I_y} U_2 \\ \dot{\Psi} = \dot{\Phi} \dot{\Theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{l}{I_z} U_4 \\ \ddot{z} = -g + (\cos \Phi \cos \Theta) \frac{1}{m} u_1 \\ \ddot{x} = (\cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi) \frac{1}{m} U_2 \\ \ddot{y} = (\cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi) \frac{1}{m} U_3 \end{cases} \quad (10)$$

在忽略陀螺扭矩和自转情况, 只考虑姿态环, 公式(10)可重写为以下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B^T r(t) \\ y(t) = C^T x(t) + D^T r(t) \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{lc}}{J_y} & \frac{K_{lc}}{J_y} & \frac{K_m}{J_y} & \frac{K_m}{J_y} \\ \frac{lK_f}{J_p} & -\frac{lK_f}{J_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{lK_f}{J_r} & -\frac{lK_f}{J_r} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

一般模型参考自适应控制系统, 利用白箱实验测出系统参数, 用所测出的参数设计一套参考模型, 我们认为四旋翼飞行器在爬升、俯冲和转弯等过程中动力学模型参数与悬停时相比会发生较大的变化, 此时再使用悬停假设时所测量的参数, 实际系统可能无法逼近于参考模型或者逼近速度较慢, 无法达到预期的效果. 因此我们认为可以使用带遗忘因子的递推最小二乘法对系统参数进行在线辨识. 该方法总体与递推最小二乘法相同, 只是在性能指标中加入了遗忘因子 λ ($0 < \lambda < 1$), 变为

$\sum_{k=1}^L \lambda^{L-k} [r(k) - \hat{\varphi}^T(k) \hat{\theta}]^2$ 辨识过程会逐渐削弱较早数据的影响, 使得系统对参数变化的校正作用保持不变, 能够较快的跟踪系统的变化。

2 自适应控制律设计

上述动力学模型中转动惯量 I_x 容易因外力作用或强干扰发生改变, 这种模型参数易变化的系统用常规控制策略在模型变化时不能保持很好的性质, 这时可以考虑使用模型参考自适应控制器^[7], 它能根据系统的变化改变控制器参数, 因此系统具有较强的适应性, 模型参考自适应控制的典型结构如图 1 所示, 主要由参考模型, 可变参数控制器, 受控对象和自适应控制律^[8]几部分组成, 可变参数控制器和受控对象组成受控系统, 和参考模型的一致性可由受控系统输出与参考模型输出的误差来度量, 自适应律按照误差减小的方向来改变控制器参数。

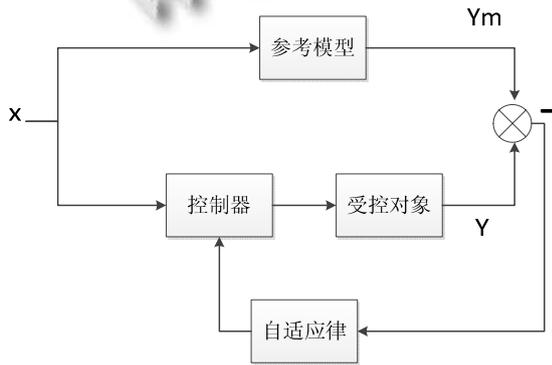


图 1 控制器结构

针对被控制系统, 设计控制器如下:

$$u(t) = K_1^T x(t) + K_2 r(t) + K_3 \quad (12)$$

其中

$$u(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Theta \\ \Phi \end{bmatrix}, \text{ 表示控制器输出,}$$

$$r(t) = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}, \text{ 表示输入}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Theta \\ \Phi \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix}, \text{ 表示状态变量,}$$

$K_1^T = [k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1m}]^T, K_2 = [k_{21}, k_{22}, \dots, k_{2m}]^T$, 均为控制器设定参数, 分别为矩阵 K_1^* 、 K_2^* 和 K_3^* 的估计值状态跟踪误差信号:

$$e(t) = x(t) - x_m(t) \quad (13)$$

对(12)式求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{x}_m(t) \\ &= Ax(t) + Bu(t) + B_\omega \omega(t) - A_m x_m(t) - B_m r(t) \\ &= Ax(t) + B[K_1^T x(t) + K_2 r(t) + K_3] + B_\omega \omega(t) \\ &\quad - A_m x_m(t) - B_m r(t) \\ &= (A + BK_1^T)x(t) - A_m x_m(t) + (BK_2 - B_m)r(t) \\ &\quad + BK_3 + B_\omega \omega(t) \end{aligned} \quad (14)$$

其中 A_m, B_m 均为设定的模型参数, 由上一节所建的模型即可求得. 上式可变形为:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= [A + B(K_1^{*T} + \tilde{K}_1)]x(t) - A_m x_m(t) \\ &\quad + [B(K_2^* + \tilde{K}_2) - B_m]r(t) + B(K_3^* + \tilde{K}_3) \\ &\quad + B_\omega \omega(t) \\ &= (A + BK_1^{*T})x(t) - A_m x_m(t) + B\tilde{K}_1 x(t) \\ &\quad + (BK_2^* - B_m)r(t) + B\tilde{K}_2 r(t) + BK_3^* + B_\omega \omega(t) \\ &\quad + B\tilde{K}_3 \end{aligned} \quad (15)$$

将上式化简可得:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_m x(t) - A_m x_m(t) + B\tilde{K}_1 x(t) \\ &\quad + B\tilde{K}_2 r(t) + B\tilde{K}_3 \\ &= A_m e(t) + B(\tilde{K}_1 x(t) + \tilde{K}_2 r(t) + \tilde{K}_3) \end{aligned} \quad (16)$$

选择 Lyapunov 函数^[9]

$$V_p = e^T P e + \sum_{i=1}^m (k_{1i} \Gamma_{1i}^{-1} \tilde{k}_{1i} + k_{2i} \Gamma_{2i}^{-1} \tilde{k}_{2i} + \gamma_{3i}^{-1} \tilde{k}_{3i}^2) \quad (17)$$

其中 $\Gamma_{1i} = \Gamma_{1i}^T > 0, \Gamma_{2i} = \Gamma_{2i}^T > 0, \gamma_{3i} > 0, P \in R^{n \times n}, P = P^T > 0$, 且对任意对称正定阵 $Q \in R^{n \times n}$ 满足

$$PA_M + A_M^T P = -Q \quad (18)$$

对 V_p 求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_p &= 2e^T P \dot{e} \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^m (k_{1i} \Gamma_{1i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{1i} + k_{2i} \Gamma_{2i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{2i} + k_{3i} \gamma_{3i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{3i}) \\ &= 2e^T P [A_m e(t) + B(\tilde{K}_1 x + \tilde{K}_2 r + \tilde{K}_3)] \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^m (k_{1i} \Gamma_{1i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{1i} + k_{2i} \Gamma_{2i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{2i} + k_{3i} \gamma_{3i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{3i}) \\ &= 2e^T P A_m e(t) + 2e^T P B (\tilde{K}_1 x + \tilde{K}_2 r + \tilde{K}_3) \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^m (k_{1i} \Gamma_{1i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{1i} + k_{2i} \Gamma_{2i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{2i} + k_{3i} \gamma_{3i}^{-1} \dot{\tilde{k}}_{3i}) \end{aligned} \quad (19)$$

将上式按列展开, 可写得:

$$\dot{V}_p = 2e^T P A_m e(t) + 2 \sum_{i=1}^m e^T P b_i (k_{1i} \tilde{x} + k_{2i} \tilde{r} + k_{3i} \dot{\tilde{x}}) \quad (20)$$

$$+ 2 \sum_{i=1}^m (k_{1i} \Gamma_{1i}^{-1} \tilde{k}_{1i} + k_{2i} \Gamma_{2i}^{-1} \tilde{k}_{2i} + k_{3i} \gamma_{3i}^{-1} \tilde{k}_{3i}) \dot{\tilde{x}}$$

为使 $\dot{V}_p \leq 0$, 参数 k_{1i} , k_{2i} , k_{3i} 的自适应律设计如下:

$$\begin{aligned} \dot{k}_{1i} &= k_{1i} = -\Gamma_{1i} x e^T P b_i \\ \dot{k}_{2i} &= k_{2i} = -\Gamma_{2i} x e^T P b_i \\ \dot{k}_{3i} &= k_{3i} = -\Gamma_{3i} x e^T P b_i \end{aligned} \quad (21)$$

将自适应律带入原式计算 \dot{V}_p 得:

$$\dot{V}_p = -e^T Q e \leq -q_m \|e(t)\|^2 \leq 0 \quad (22)$$

可得受控系统渐进趋近于参考模型.

综上所述, 为了得到合适的自适应控制律, 首先我们求出受控系统和参考模型之间的误差 e , 之后通过误差 e 得到相应的李亚普诺夫函数 V_p , 并对其求导, 同时设置合适的控制器参数使 V_p 正定且 \dot{V}_p 负定, 这样就可保证受控系统渐进趋近于参考模型, 达到预期的控制效果.

3 数值仿真

由于横滚角的情况类似于俯仰角, 只是转动惯量略有不同, 模型结构基本相同^[10], 所以我们只考虑俯仰角和偏航角, 搭建的模型中除了受干扰的参数 I_x 、 I_z 外其他物理量均为常数, 选择正定对称阵 $Q = \text{diag}(100, 100)$, 我们设置俯仰角参考系统的状态空间表达式为:

$$\dot{x}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -100 & -20 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ I_x \end{bmatrix} r(t) \quad (23)$$

偏航角参考系统的状态空间表达式为:

$$\dot{x}_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -80 & -20 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ I_z \end{bmatrix} r(t) \quad (24)$$

进而结合式(21)完成自适应系统的设计. 实验分为 4 组, 取 I_x 保持 0.02 不变, I_x 由 0.02 突变为 0.06 时实验效果如图 2、图 4 所示, 取 I_z 保持 0.01 不变, I_z 由 0.01 突变为 0.04 时实验效果如图 3、图 5 所示.

由图 2 可以看出在 I 不变时两种算法均有较好的效果, 飞行姿态平稳. 由图 3 可以看出当 I 突变时, 自适应系统保持平稳没有出现较大波动, 而非自适应系

统波动明显. 可以看出在干扰出现时非自适应控制算法仅能依靠自身反馈对系统进行调节, 而自适应控制通过参考模型和飞行器模型状态的偏差结合 Lyapounov 稳定性理论提高系统稳定性, 缩短调节时间, 通过实验证明该方法确实有效.

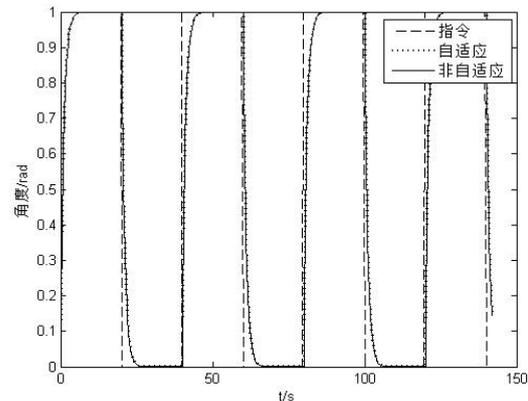


图 2 I_x 不变时俯仰角算法效果

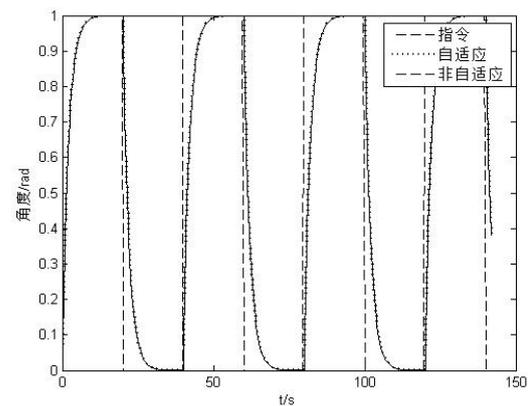


图 3 I_z 不变时偏航角算法效果

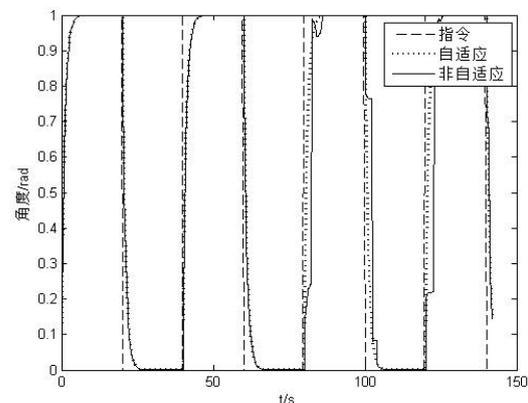


图 4 I_x 突变到 0.06 时俯仰角算法效果

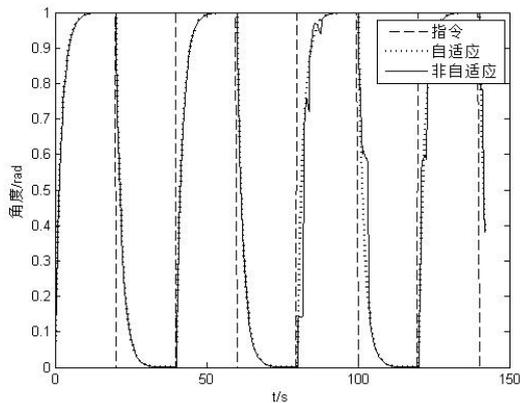


图 5 I_z 突变到 0.06 时偏航角算法效果

4 结语

本文设计了无人机姿态自适应控制算法, 能根据系统的变化改变控制器参数, 系统具有较强的适应性, 能较好地满足无人机姿态控制的品质要求. 数值仿真验证了控制算法的性能, 与常规的 PID 算法相比, 能够在系统参数发生较大变化时快速稳定系统, 具有明显优势.

参考文献

1 Karthik K, Ward DT. An intelligent flight director for

autonomous aircraft. Texas A & M University, AIAA 2000-0168, 2000.

2 陈欣,杨一栋,张民.一种无人机姿态智能 PID 控制研究.南京航空航天大学学报,2003,6:611-615.

3 王艳红,肖彦海.小型无人机姿态系统的变论域模糊控制.自动化技术与应用,2008,09:14-17.

4 郑伟光.四旋翼无人机飞行姿态控制系统研究[硕士学位论文].长春:长春理工大学,2010.

5 郭晓鸿.微型四旋翼无人机控制系统设计与实现[硕士学位论文].南京:南京航空航天大学,2012.

6 宋自立.四旋翼飞行器增稳控制方法研究[硕士学位论文].保定:华北电力大学,2014.

7 李瑞琪,王洪福,李瑞雪,王洁.基于模型参考自适应的四旋翼飞行器控制.计算机测量与控制,2013,12:3260-3263, 3271.

8 岳基隆.四旋翼无人机自适应控制方法研究[硕士学位论文].长沙:国防科学技术大学,2010.

9 甄红涛,齐晓慧,夏明旗,苏立军.四旋翼无人机鲁棒自适应姿态控制.控制工程,2013,5:915-919.

10 王永林.Matlab/Simulink 环境下无人机全过程飞行仿真技术研究[硕士学位论文].南京:南京航空航天大学,2006.