

基于桥梁用户的多社交网络影响最大化^①

赵佳旭, 陈志德, 罗 坚

(福建师范大学 数学与计算机科学学院, 福州 350007)

摘 要: 单社交网络影响最大化问题已经得到了学术界的广泛关注与研究, 然而如今多社交网络之间呈现信息互通的趋势. 多社交网络中存在的桥梁用户 (Bridge User, BU)(即同时拥有多个社交网络账户的用户), 可将信息从一个社交网络分享至另外一个社交网络, 信息传播不再局限于单个网络. 本文针对多社交网络信息影响最大化进行了相关研究, 分析了桥梁用户在多社交网络信息传播中的作用, 提出了基于桥梁用户的多社交网络聚合算法, 并在得到的聚合图上对多社交网络影响最大化问题进行求解. 仿真实验对多社交网络影响最大化问题进行了求解, 并证实了桥梁用户在多社交网络信息传播时的作用.

关键词: 影响最大化; 桥梁用户; 多社交网络; 信息传播; 聚合图

引用格式: 赵佳旭, 陈志德, 罗坚. 基于桥梁用户的多社交网络影响最大化. 计算机系统应用, 2017, 26(11): 199–204. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6080.html>

Influence Maximization on Multi-Social Networks Based on Bridge Users

ZHAO Jia-Xu, CHEN Zhi-De, LUO Jian

(College of Mathematics and Computer Science, Fujian Normal University, Fuzhou 350007, China)

Abstract: The influence maximization on single network has aroused widespread concerns and has become a research hotspot. However, there is a trend of information exchange between multi-social networks. The bridge user (BU), which refers to the user that has multi-accounts on multi-social networks, has the ability to share the information from one social network to another. Due to this, information spread is not limited to a single network. In this paper, we study the influence maximization on multi-social networks. We analyze the role of bridge user in multi-social networks information spread and propose a multi-social network aggregation algorithm based on bridge users, then we solve the problem of influence maximization on multi-social networks based on aggregate graph. Experiments solve the problem of influence maximization on multi-social networks and confirm the role of bridge users in the information spread on multi-social networks.

Key words: influence maximization; bridge users; multi-social networks; information spread; aggregate graph

社交网络给人们提供了一个交流、分享、传播信息的平台. Facebook、Twitter、Google+、微博、微信等众多社交网络平台应用逐渐成为人们日常生活中不可或缺的一部分, 越来越多的用户习惯于在这些社交网络平台上展示个人的生活、接受外界的信息. 研究表明, 世界范围内, 62% 的成年人会使用社交网络, 且约为 22% 的其上网时间花费在社交网络上. 一项美国

的调查显示, 三分之二的成年网民使用社交网络与朋友、家人、工作伙伴等联系.

信息在社交网络中以类似于“word-of-mouth”, 即“口口相传”的方式传播, 具有速度快、耗费少、影响广的特点, 如今社交网络逐渐在社会信息传播、舆论影响、网络营销等方面扮演着重要的传播媒介, 成为学术研究的热点.

^① 基金项目: 国家自然科学基金 (U1405255); 福建省自然科学基金 (2016J01287); 福建师范大学科研创新团队 (IRTL1207)

收稿时间: 2017-03-02; 修改时间: 2017-03-20; 采用时间: 2017-03-29

其中单平台内的网络影响最大化问题在学术界得到广泛的研究,即选择 k 个初始种子节点,让这些节点在网络中传播信息,且能获得最大化的影响范围. Richardson 和 Domingos 最先将这个问题归纳成一个算法问题^[1]. 目前针对于单平台影响最大化问题求解算法有基于贪婪算法和基于启发式算法^[2],大量文献均在这两类算法基础上对单社交网络影响最大问题进行求解. 例如在贪婪算法方面, Kemple 等人证明了单网络的影响力最大化问题是一个 NP 难问题,其用贪婪算法来解决该问题,能够在 $(1-1/e)$ 范围能接近最优解^[3]. Leskovec 等人 CELF(Cost-Effective Lazy-Forward) 算法,该算法在贪婪算法的基础上,利用影响力函数具有子模型特性的特点,大大提高了求解效率(相比贪心算法提高了 700 倍的求解速度)^[4]. 而后 Goyal 在 CELF 基础上提出 CELF++,使得效率进一步提升^[5]. Borgs 等人提出的反向蒙特卡洛算法,利用反向可达集 (Reserve Reachable Set) 进行求解,证实了该算法能近似达到最优的线性时间求解,并且求解精度仍然接近 $(1-1/e)$ ^[6]. 之后基于该算法有 TIM/TIM+算法、IMM 算法、SKIM 算法等^[7-9]. 基于启发式的算法方面, PMIA 是在独立级联模型下的一个具有代表性的算法,该算法主要是将图上某一点的影响力传播转化为该节点附近的具有代表型的最大影响力传播子树的传播. 该算法能在线性时间内完成,大大提高了求解速度且求解结果接近贪心算法^[10]. 其他算法例如 LDAG 算法和 SIMPATH 算法,是线性阈值传播模型下的高效算法^[11,12]. 基于启发式算法普遍快于基于贪心算法的求解方法^[2].

然而目前互联网存在的不只是一个社交平台,且现有的信息分享机制使得信息能够从社交网络 A 传播到社交网络 B,仅仅在单社交平台的信息传播模型已经不能满足现实的信息传播特征. 例如微信朋友圈与新浪微博的信息分享机制,使得同时拥有新浪微博和微信账号的用户能够将新浪微博上的信息传播到微信朋友圈,反之亦可. 这种跨平台的多社交网络联通传播渠道跨越平台的限制,实现让信息在多社交网络平台中传播.

相对于单社交网络影响最大化,多社交网络影响最大化问题需要考虑信息在多个异构社交网络间的传播问题,例如处于网络交界的用户信息自传播如何刻画,网络中用户影响力的刻画等问题. 针对多社交网络

影响最大化的挑战, Shen 等人将多个社交网络结合成一个网络,利用结合网络研究信息传播规律^[13]. 李国良等人在其工作中考虑了信息的自传播特性,假设在多社交网络中扮演中间节点的用户具有自传播(即将信息传播到多个社交平台),利用自传播特性将多个网络之间联系起来,解决影响最大化问题^[14]. 李小康等人在他们的研究中,将此问题扩展到更广泛的影响模型,并证明该问题是 NP 难问题^[15],然而李的工作是将多社交网络中的节点、边看成一个网络集合,并没有考虑多社交网络中的某些用户能够将一个社交网络的信息传播到另一个社交网络的特征. Dung T 等人的工作则提出了多个社交网络平台的通用表示方案,定义了用户的通用标识,并在不改变传播规律的前提下将多个社交网络转化为单个网络模型^[16],但他们将用户在不同网络间分享信息的概率等同于用户的阈值,而其阈值是在线性阈值模型中描述用户在社交网络中受到邻居节点多大的影响才能被激活,与用户将一个社交网络的消息分享至别的社交网络的自传播概率不同.

本文在前面工作的基础上,考虑桥梁用户在多社交网络信息传播过程中的作用,提出了基于桥梁用户的多社交网络聚合算法,并在得到的聚合图上对多社交网络影响最大化问题进行求解. 即在给定的多个社交网络中,选择 k 个用户,并且通过这些用户能够使得信息在多个社交网络上获得最大范围的传播.

1 多社交网络信息传播及影响最大化问题

1.1 桥梁用户的定义与特性

假设有两个社交网络 G_1 和 G_2 . 如图 1 所示,信息在单社交网络传播时,信息的交互仅限于单社交平台之内. 若图中斑状节点表示同时拥有社交网络 G_1 和 G_2 账户的用户,在此我们定义此类型用户为桥梁用户 BU (Bridge User),即能够实现两个社交网络信息传播互联的节点. 通过桥梁用户 BU ,在 G_1 中接受信息后会以一定的概率 $p_{G_1 \rightarrow G_2}$ 将该信息转发至 G_2 ,由此实现如图 2 所示的信息互通渠道,信息从 G_1 流入 G_2 .

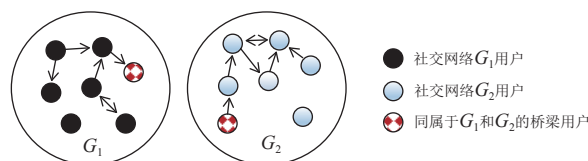


图1 信息在单社交网络平台传播

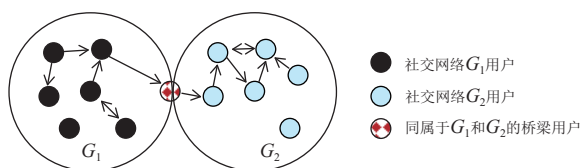


图2 桥梁用户的存在使信息在多社交平台传播

现有社交网络 $G_1(V_1, E_1)$, $G_2(V_2, E_2)$, $G_3(V_3, E_3)$, ..., $G_n(V_n, E_n)$, 由 m 个社交网络用户 $U = \{u^1, u^2, u^3, \dots, u^m\}$ 及用户间的关系构成. 用 u_i^j 表示用户 u^j 参与 G_i (拥有 G_i 账户), 则 V_i 可表示为 $V_i = \{u_i^1, u_i^2, u_i^3, \dots, u_i^{|V_i|}\}$. 所有桥梁用户组成集合 BU .

定义 1. 桥梁用户的自传播性: 在多社交网络中, 若用户 $u^j \in BU$, 且同时参与 G_p 和 G_q , 当 u_p^j 受到信息影响后, 其有一定的自传播概率 $p_{u_p^j \rightarrow u_q^j}^{u^j}$ 将信息传播至 G_q , 影响 u_q^j .

定义 2. 桥梁用户的自传播概率矩阵 $P_{m \times n}$: 用 $P_{m \times n}$ 表示用户的自传播概率矩阵, 其中 P_{ij} 表示用户 u^i 接受消息后, 将消息传播至 G_j 的概率 $p_{u^i \rightarrow G_j}^{u^i}$.

P_{ij} 的大小取决于用户历史自传播行为, 计算方式如下:

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sum_{k=0}^n N_{ik}}$$

其中, N_{ij} 表示用户 u^i 将消息转发至 G_j 的次数, $\sum_{k=0}^n N_{ik}$ 表示用户 u^i 所有的跨平台转发次数.

1.2 多社交网络信息传播最大化定义

信息在多社交网 $G_1(V_1, E_1)$, $G_2(V_2, E_2)$, $G_3(V_3, E_3)$, ..., $G_n(V_n, E_n)$ 中传播, 且多社交网络由 m 个用户 $U = \{u^1, u^2, u^3, \dots, u^m\}$ 及用户间的关系构成. 桥梁用户构成集合 BU .

G_i 中的每一个节点有激活与未激活两种状态. 其中激活状态是指节点接收到信息之后受到信息的影响, 成为下一个信息传播者; 未激活状态表示节点未能被信息影响, 不会成为信息的传播者. 状态为未激活的节点能够被状态为激活的节点所激活, 且处于激活状态的节点不能够变为未激活状态, 即激活的过程不可逆. 多社交网络影响最大化问题即从 $G_1, G_2, G_3, \dots, G_n$ 的所有节点 $U = \{u^1, u^2, u^3, \dots, u^m\}$ 中选择 k 个种子用户, 构成种子节点集合 $Seed$, 使传播的信息由集合 $Seed$ 中的用户发起, 能够让 n 个社交网络中激活的节点个数最多, 即影响最大. 定义 $R_i(S)$ 为用户集合 S 在 G_i 进行信息传播

的影响延展度, 则多社交网络信息传播最大化问题可形式化定义为:

$$Seed = \arg \max_{S \subseteq U} \left| \bigcup_{i=1}^n R_i(S) \right|$$

其中, $|Seed| = k$, $Seed \subseteq U$.

2 基于桥梁用户的多社交网络影响最大化

单网络影响最大化的问题属于组合优化问题, 在经典独立级联和线性阈值模型下均属于图覆盖问题的扩展^[2]. 单社交网络影响最大是 NP-hard 问题, 多网络影响最大化是单网络影响最大化的扩充, 因此多网络影响最大化也是 NP-hard 问题, 不存在多项式时间内的最优解, 利用有效的近似算法是解决 NP-hard 问题的途径之一.

多社交网络的影响传播过程, 不能仅仅计算节点在社交网络中的影响力. 一个用户可能在多个社交网络中存在, 也就是前文我们定义的桥梁用户. 桥梁用户的存在, 导致不同网络中的两个节点可能代表的是同一个用户. 针对此问题, 本文首先提出基于桥梁用户的多社交网络聚合算法将多个社交网络图聚合为一个图, 之后在聚合图上使用影响最大化算法对多社交网络影响最大化问题进行求解. 算法描述如下.

算法1. 基于桥梁用户的多社交网络聚合算法

输入: $G_1(V_1, E_1)$, $G_2(V_2, E_2)$, $G_3(V_3, E_3)$, ..., $G_n(V_n, E_n)$, $U = \{u^1, u^2, u^3, \dots, u^m\}$, BU , $P_{m \times n}$;
输出: 社交网络聚合图 $G^*(V^*, E^*)$;

- 1) for $i=1$ to n //遍历 n 个社交网络图
- 2) for $j=1$ to $|V_i|$ //遍历图 G_i 中的所有节点
- 3) if $u_i^j \in BU$ //若图 G_i 中的节点 u_i^j 是桥梁用户
- 4) if $u_0^j \in V^*$ then
- 5) 创建边 (u_i^j, u_0^j) , (u_0^j, u_i^j) ;
- 6) 赋边激活概率 $p_{u_i^j, u_0^j}^{u_i^j} = 1$, $p_{u_0^j, u_i^j}^{u_i^j} = P_{ij}$;
- 7) 将边 (u_i^j, u_0^j) , (u_0^j, u_i^j) 加入 E^* ;
- 8) else
- 9) 创建 u_0^j ;
- 10) 创建边 (u_i^j, u_0^j) , (u_0^j, u_i^j) ;
- 11) 赋边激活概率 $p_{u_i^j, u_0^j}^{u_i^j} = 1$, $p_{u_0^j, u_i^j}^{u_i^j} = P_{ij}$;
- 12) 将边 (u_i^j, u_0^j) , (u_0^j, u_i^j) 加入 E^* , u_0^j 加入 V^* ;
- 13) end if
- 14) end if
- 15) end for
- 16) end for
- 17) 输出聚合图 $G^*(V^*, E^*)$;

针对影响最大化问题,目前主要求解算法分为启发式算法和贪心算法两类.其中启发式算法有 PMIA、LDAG、SIMPATh 等,贪心算法有 Greedy、CELF 算法、TIM 算法等.当得到聚合图 $G^*(V^*, E^*)$ 后,可使用这些算法对多社交网络影响最大化问题求解,记 ALG_{IMA} 表示求解影响最大化的算法集合,算法描述如下.

算法2. 基于聚合图的多社交网络信息影响最大化算法

输入: $G^*(V^*, E^*)$, 影响最大化算法 $alg \in ALG_{IMA}$;

输出: 影响最大化传播种子集 $Seed$;

1) $Seed = \emptyset$;

2) $R(Seed)$: 以 $Seed$ 集合为种子节点传播的影响范围;

3) 当 $|S| \leq k$ 时, 根据用户影响力计算, 选择

$v = SelectNode(G^*, alg)$; //在聚合图中用算法 alg 选择节点 v ,

$argmax_{v \in (V^* - Seed)} (R(Seed + v) - R(Seed))$;

4) 将节点 v 加入 $Seed$;

5) 输出 $Seed$;

3 实验与分析

3.1 实验数据及参数设置

本文实验基于三个真实社交网络用户关系数据,数据详情如表1所示.

表1 本实验所用3个数据集详情

数据集	NetHEPT	Epinions	Slashdot
节点数	15233	75879	82168
边数	62796	508837	948464
平均度数	4.12	6.71	11.54

(1) NetHEPT: 此数据集来源于“High Energy Physics”,是一个关于文章合作作者的网络数据,其中若某作者发表一篇文章,则其与该文章的合作作者之间就存在一条边.本数据集包括 15233 个节点,62796 条边.

(2) Epinions: 此数据来源于社交网络 Epinions. 在 Epinions 网站,若某用户信任另一用户,则该用户之间存在一条边.本数据集包括 75879 个节点,508837 条边.

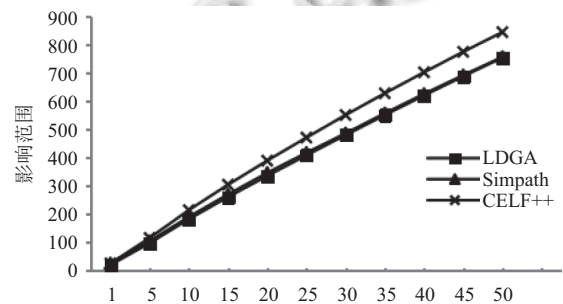
(3) Slashdot: 此数据集来源于 Slashdot 网站,一个咨询科技网站且其用户能够在网站上发布意见.在此数据集中,用户若是朋友或反对者关系时,则看做用户之间有关系,且存在一条边.本数据集包括 82168 个节点和 948464 条边.

上述3个社交网络均为有向无权图.本文采用3个影响最大化算法: LDGA、SimpPath 以及 CELF++, 作为求解种子集的算法.本实验使用的传播模型是独立级联 (Independent Cascade, IC) 模型,对于存在于图 G 中的边 (u, v) , 我们采用节点 u 出度的倒数作为节点 u

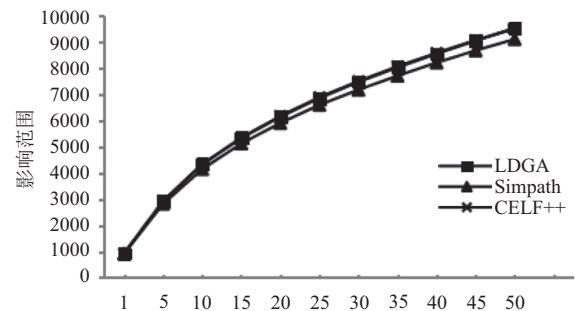
激活其邻居节点的概率 p_{uv} , $p_{uv} = 1/|out(u)|$, $v \in out(u)$. 每次计算种子集合影响力传播范围,均通过 10000 次蒙特卡罗方法模拟传播过程.使用 LDGA 算法时,影响参数因子 θ 的取值为 $1/320$; 使用 SimpPath 和 CELF++ 算法时,参数 η 和 t 分别设置为 0.001 和 4.

3.2 单社交网络影响力传播结果与分析

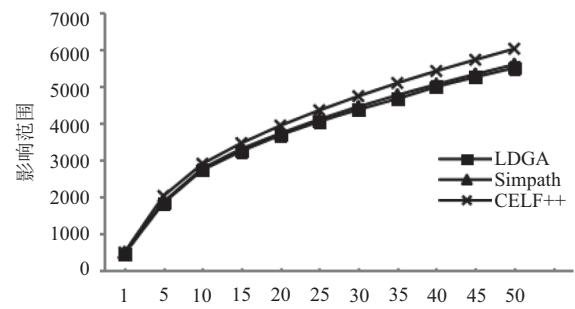
本文首先求解单社交网络影响最大化问题.图3为在 IC 模型下,选取的种子节点个数从 1 至 50 时,3 个社交网络的最终激活节点个数的变化.



(a) NetHEPT



(b) Epinions



(c) Slashdot

图3 不同影响最大化算法下单社交网络影响力传播

实验结果可以看出,随着种子节点集合的增大,单社交网络影响力传播均呈现上升趋势.在算法方面,不同的算法在不同的数据集上表现不同,但整体上

CELF++算法取得的影响力传播范围更广,因此在模拟多社交网络传播过程中,本文选取 CELF++算法来进行影响最大化求解.

3.3 多社交网络影响传播: 不考虑桥梁用户

本文首先求解在不考虑桥梁用户 BU 情况下的影响最大化问题. 即对上述 3 个社交网络 $G_1(V_1, E_1)$, $G_2(V_2, E_2)$, $G_3(V_3, E_3)$ 的节点重新编号, 聚合成一个网络 $G(V, E)$, 其中 $V = \bigcup_{i=1}^n V_i$, $E = \bigcup_{i=1}^n E_i$. 利用 CELF++ 算法求解影响最大问题, 得到如图 4 所示的结果. 在表 2 中列出选取不同数目的初始种子节点时, 各社交网络影响范围以及聚合网络 G 的影响范围.

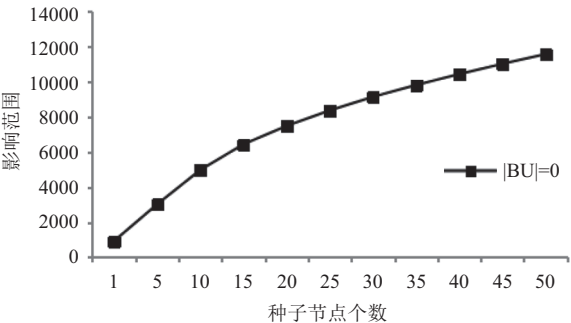


图 4 不考虑桥梁用户的多社交网络影响力传播

表 2 各网络影响力传播

Seed	NetHEPT	Epinions	Slashdot	聚合网络
1	26.5387	918.234	504.326	918.234
10	215.1480	4321.05	2908.77	4965.92
20	390.1420	6171.03	3945.2	7472.62
30	551.6680	7504.73	4742.28	9124.56
40	702.8510	8581.01	5424.35	10418.5
50	845.0810	9522.48	6027.41	11554.6

由图 4 可知, 在不考虑桥梁用户的聚合网络 $G(V, E)$ 中, 影响传播范围同样随着种子节点个数的增多而增大. 然而从表 2 中分析可知, 在同样的种子节点个数条件下, 虽然聚合网络中的影响传播范围均大于三个网络单独考虑时的影响传播范围, 但比较可知, 与信息在 Epinions 网络中传播范围相比, 聚合网络未呈现明显增大. 由该聚合方式我们可知, 这种网络聚合方法并不考虑桥梁用户的自传播特性, 在合并时仅仅是将节点重新编号, 原本属于不同网络间的节点仍不会产生信息的交换, 因此影响最大化算法选择的基本上还是在单个网络中影响最大的那个“节点”, 而非“用户”, 导致聚合网络 $G(V, E)$ 的影响传播并没有明显提升.

3.4 多社交网络影响传播: 考虑桥梁用户

前文已经分析了桥梁用户在多个社交网络信息传

播过程中的作用. 实验中, 本文随机选取了一些用户, 将其做为桥梁用户考虑, 利用本文提出的基于桥梁用户的多社交网络聚合算法将三个网络聚合成 $G^*(V^*, E^*)$, 之后利用影响最大化求解算法求解多社交网络影响最大化问题. 在实验中, 由于获取桥梁用户在不同网络中的自传播概率相对困难, 因而本实验采用随机生成的方式设置桥梁用户在不同网络中的自传播概率矩阵 $P_{m \times n}$. 自传播概率随桥梁用户的选取而提前生成且固定. 实验中, 选取桥梁用户的个数分别为 0, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000. 图 5 所示为考虑桥梁用户的情况下, 影响力的传播结果.

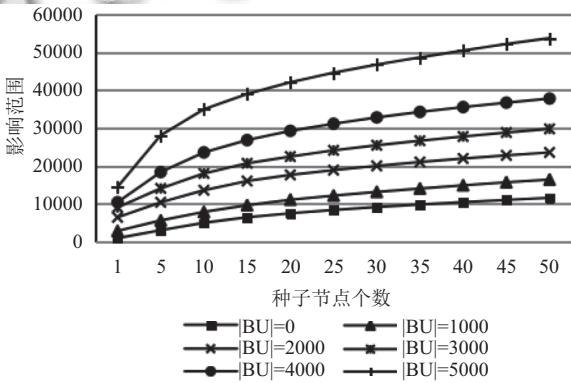


图 5 不同桥梁用户个数下多社交网络影响传播

实验结果表明, 随着种子节点个数的增加, 影响传播范围变大. 前文已经分析, 桥梁用户以一定的概率, 将社交网络 G_1 中的信息转播到 G_2 中, 因而, 考虑桥梁用户时, 对用户影响力的估算要大于将其分开作为多个节点的影响力. 桥梁用户的个数越多, 信息在多社交网络中传播的路径也就越多, 因此估算节点的影响力值也就变得越大. 从图 5 的结果也可以看出, 不考虑桥梁用户 (即 $|BU|=0$) 的影响力传播范围整体上均低于存在桥梁用户的情况, 且随着桥梁用户个数的增多, 影响力范围变的越来越大.

为验证桥梁用户在信息传播过程中是否有促进影响力传播的作用, 本实验将信息在三个网络中单一传播时的影响范围之和 (用 $\text{Spread}(S+H+E)$ 表示) 与考虑桥梁用户 (这里取 $|BU|=1000$) 时的聚合网络 $G^*(V^*, E^*)$ 中的传播范围 (用 $\text{Spread}(S\&H\&E)$ 表示) 比较. 从图 6 的实验结果可看出, 考虑桥梁用户时的影响传播范围大于信息在单个网络的传播范围之和, 说明桥梁用户的存在使得信息影响范围扩大, 证实了桥梁用户

在促进信息传播方面的价值. 由此可知本文所提出的算法有利于在多社交网络中发掘出更准确、传播效果更好的初始种子集.

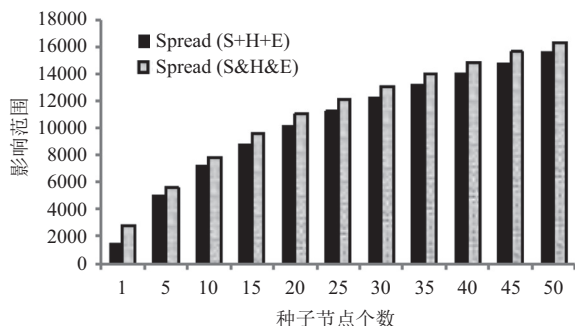


图6 Spread(S+H+E)与Spread(S&H&E)比较

5 结束语

本文研究了信息在多社交网络传播影响最大化问题, 考虑在多个社交网络中均存在的桥梁用户问题, 阐述了桥梁用户在多社交网络信息传播过程中的桥梁作用, 提出了基于桥梁用户的多社交网络聚合算法以及基于聚合图的多社交网络信息影响最大化算法, 并通过真实网络数据集对本文思想进行了验证, 实验结果表明信息在多社交网络平台传播与单平台传播存在差异性, 同时证实了桥梁用户在多社交网络信息传播时的作用. 因此, 在考虑多社交网络信息传播最大化时, 要考虑桥梁用户问题, 由此选出的种子节点才是能够达到多社交网络影响最大化.

参考文献

- 1 Domingos P, Richardson M. Mining the network value of customers. Proc. of the Seventh ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. San Francisco, California. 2001. 57–66.
- 2 陈卫. 社交网络影响力传播研究. 大数据, 2015, 1(3): 82–98.
- 3 Kempe D, Kleinberg J, Tardos É. Maximizing the spread of influence through a social network. Proc. of the Ninth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. Washington, D.C., USA. 2003. 137–146.
- 4 Leskovec J, Krause A, Guestrin C, *et al.* Cost-effective outbreak detection in networks. Proc. of the 13th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. San Jose, California, USA. 2007. 420–429.
- 5 Goyal A, Lu W, Lakshmanan LVS. CELF++: Optimizing the greedy algorithm for influence maximization in social networks. Proc. of the 20th International Conference Companion on World Wide Web. Hyderabad, India. 2011. 47–48.
- 6 Borgs C, Brautbar M, Chayes J, *et al.* Maximizing social influence in nearly optimal time. Proc. of the Twenty-Fifth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. Portland, Orego, USA. 2014. 946–957.
- 7 Tang YZ, Shi YC, Xiao XK. Influence maximization in near-linear time: A martingale approach. Proc. of the 2015 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. Melbourne, Victoria, Australia. 2015. 1539–1554.
- 8 Tang YZ, Xiao XK, Shi YC. Influence maximization: Near-optimal time complexity meets practical efficiency. Proc. of the 2014 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. Snowbird, Utah, USA. 2014. 75–86.
- 9 Cohen E, Delling D, Pajor T, *et al.* Sketch-based influence maximization and computation: Scaling up with guarantees. Proceedings of the 23rd ACM International Conference on Conference on Information and Knowledge Management. Shanghai, China. 2014. 629–638.
- 10 Wang C, Chen W, Wang YJ. Scalable influence maximization for independent cascade model in large-scale social networks. Data Mining and Knowledge Discovery, 2012, 25(3): 545–576. [doi: 10.1007/s10618-012-0262-1]
- 11 Chen W, Yuan YF, Zhang L. Scalable influence maximization in social networks under the linear threshold model. Proc. of the 10th International Conference on Data Mining. Sydney, NSW, Australia. 2010. 88–97.
- 12 Goyal A, Lu W, Lakshmanan LVS. SIMPATH: An efficient algorithm for influence maximization under the linear threshold model. Proc. of the 11th International Conference on Data Mining (ICDM). Vancouver, BC, Canada. 2011. 211–220.
- 13 Shen YL, Dinh TN, Zhang HY, *et al.* Interest-matching information propagation in multiple online social networks. Proc. of the 21st ACM International Conference on Information and Knowledge Management. Maui, Hawaii, USA. 2012. 1824–1828.
- 14 李国良, 楚娅萍, 冯建华, 等. 多社交网络的影响力最大化分析. 计算机学报, 2016, 39(4): 643–656. [doi: 10.11897/SP.J.1016.2016.00643]
- 15 李小康, 张茜, 孙昊, 等. 社交网络中多渠道影响最大化方法. 计算机研究与发展, 2016, 53(8): 1709–1718. [doi: 10.7544/issn1000-1239.2016.20160211]
- 16 Nguyen DT, Das S, Thai MT. Influence maximization in multiple online social networks. Proc. 2013 IEEE Global Communications Conference. Atlanta, GA, USA. 2013. 3060–3065.