

$$d(\otimes_3, \otimes_2) = 2^{-1/2}[(1-0)^2 + (4-1)^2]^{1/2} = \sqrt{5}$$

从上述结果可知, $d(\otimes_1, \otimes_2) = d(\otimes_3, \otimes_2)$. 实际上, \otimes_2 的取值区间在 \otimes_1 内且在 \otimes_3 外, 应该与 \otimes_1 的距离更为接近, 理应由 $d(\otimes_1, \otimes_2) < d(\otimes_3, \otimes_2)$, 因此该结果与实际不符.

文献[6]认为, 区间灰数的真实值可能取在核的左右半个区间内的任一点, 因此距离公式应考虑核之间的距离和两个灰数半区间长度的不确定影响. 基于此定义了如下区间灰数距离公式.

定义 12^[6]. 假设两个区间灰数 $\otimes_1 = [a_1, b_1] \subset [0, 1]$ 和 $\otimes_2 = [a_2, b_2] \subset [0, 1]$, 区间灰数距离公式为:

$$d(\otimes_1, \otimes_2) = |\hat{\otimes}_1 - \hat{\otimes}_2| + \frac{1}{2}|l(\otimes_1) - l(\otimes_2)| \quad (12)$$

该公式考虑了区间灰数的特性, 主要根据灰数的核与信息域定义距离公式, 但未考虑到区间灰数内每一点的差值, 容易造成信息的丢失.

因此, 本文针对以上距离公式的不足, 考虑区间灰数的内在特性, 通过信息补充, 基于灰数的核和信息域, 将两个区间灰数内的每一个对应点的偏差值都考虑在内, 同时剔除两区间灰数重叠部分中任意两点之间的偏差, 给出一种改进的区间灰数距离公式.

定义 13. 设两个区间灰数 $\otimes_1 = [a_1, b_1] \subset [0, 1]$ 和 $\otimes_2 = [a_2, b_2] \subset [0, 1]$, \otimes_1 的核表示为 $\hat{\otimes}_1$, \otimes_2 的核表示为 $\hat{\otimes}_2$, $l(\otimes_1)$ 和 $l(\otimes_2)$ 分别表示俩区间灰数的信息域, $\zeta_1 = \otimes_1 \cap \otimes_2$ 为两个区间灰数的交. 令:

$$\begin{aligned} d^2(\otimes_1, \otimes_2) &= \int_0^1 \int_0^1 \{[\hat{\otimes}_1 + \alpha(l(\otimes_1))] - [\hat{\otimes}_2 + \beta(l(\otimes_2))]\}^2 d\alpha d\beta \\ &\quad - \int_0^1 \int_0^1 \{[\hat{\zeta}_1 + \alpha l(\zeta_1)] - [\hat{\zeta}_1 + \beta l(\zeta_1)]\}^2 d\alpha d\beta \\ &= [(\hat{\otimes}_1) - (\hat{\otimes}_2)]^2 + \frac{1}{12} \{[l(\otimes_1)]^2 + [l(\otimes_2)]^2\} - \frac{1}{6}[l(\zeta_1)]^2 \end{aligned} \quad (13)$$

则称 $d(\otimes_1, \otimes_2) = \sqrt{d^2(\otimes_1, \otimes_2)}$ 为区间灰数 \otimes_1 和 \otimes_2 的距离.

定理 1. 设 $d(\otimes_1, \otimes_2)$ 为区间灰数 \otimes_1 与 \otimes_2 之间的距离, 则具有如下性质:

- (1) 非负性: $d(\otimes_1, \otimes_2) \geq 0$.
- (2) 对称性: $d(\otimes_1, \otimes_2) = d(\otimes_2, \otimes_1)$.
- (3) 三角不等式: $d(\otimes_1, \otimes_2) \leq d(\otimes_1, \otimes_3) + d(\otimes_2, \otimes_3)$.

易证本文提出的区间灰数距离公式满足定理 1 中的 3 条性质.

2.3 决策模型构建

因决策者自身认知的局限性和外部环境的不确定性, 考虑决策者主观偏好, 本文提出一种基于前景理论和证据融合的区间灰数多属性决策方法, 具体步骤如下所示:

Step 1. 数据规范化

已知给定样本数据, 为消除效益型、成本型属性值, 以及不同物理量纲之间的差异可能会对决策结果造成的影响, 避免数量级相差过大, 使各个属性值之间具有可比性, 首先需要对原始样本进行规范化处理. 使属性值 $x_{ij}(\otimes)$ 规范化后变为 $\bar{x}_{ij}(\otimes)$.

当评价指标为效益型时, 对区间灰数的上界与下界处理如下:

$$\bar{x}_{ij}(\otimes) = \frac{\bar{x}_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ij})^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

$$x_{ij}(\otimes) = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{x}_{ij})^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

当评价指标为成本型时, 对区间灰数的上界与下界处理如下:

$$\bar{x}_{ij}(\otimes) = \frac{(1/x_{ij})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/\bar{x}_{ij})^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

$$x_{ij}(\otimes) = \frac{(1/\bar{x}_{ij})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (1/x_{ij})^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

可得到规范化区间灰数决策矩阵 $\bar{D} = [x_{ij}(\otimes)]_{m \times n}$.

Step 2. 选取决策参考点

前景理论是描述性范式的决策模型, 考虑了不确定条件下决策者的心理行为因素. 决策者根据参考点来衡量各个方案的收益和损失情况, 体现出决策者损失规避与参照依赖等心理行为特征. 因此决策参考点的选取对结果有着重要影响. 本文在处理区间灰数多属性决策问题过程中, 借鉴 TOPSIS 理论思想, 以区间灰数正理想解和负理想解作为决策过程中的参考点. 设 $X^+(\otimes)$ 为正理想解, $X^-(\otimes)$ 为负理想解, 定义如下:

$$\begin{aligned} X^+(\otimes) &= \left\{ \max_i x_{i1}(\otimes), \max_i x_{i2}(\otimes), \dots, \max_i x_{in}(\otimes) \right\} \\ &= \left\{ x_1^+(\otimes), x_2^+(\otimes), \dots, x_n^+(\otimes) \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} X^-(\otimes) &= \left\{ \min_i x_{i1}(\otimes), \min_i x_{i2}(\otimes), \dots, \min_i x_{in}(\otimes) \right\} \\ &= \left\{ x_1^-(\otimes), x_2^-(\otimes), \dots, x_n^-(\otimes) \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

采用定义6中的区间灰数大小比较规则确定正负理想解,该公式考虑了区间灰数在区间内取值概率不相等的特点.

Step 3. 计算距离测度

采用本文开发的区间灰数距离测度计算各个方案偏离正负理想解的大小.

由于区间灰数决策矩阵的正负理想方案也是以区间灰数的形式表示,因此可以使用本文定义的区间灰数距离公式计算方案在属性下各方案与正负理想方法之间的偏离程度.

令 $D(x_i, x_i^+)$ 和 $D(x_i, x_i^-)$ 分别表示方案 x_{ij} 与正理想解 $X^+(\otimes)$ 和负理想解 $X^-(\otimes)$ 之间的距离集,即:

$$D(x_i, x_i^+) = \left\{ d(x_{i1}(\otimes), x_1^+(\otimes)), d(x_{i2}(\otimes), x_2^+(\otimes)), \dots, d(x_{in}(\otimes), x_n^+(\otimes)) \right\} \quad (20)$$

$$D(x_i, x_i^-) = \left\{ d(x_{i1}(\otimes), x_1^-(\otimes)), d(x_{i2}(\otimes), x_2^-(\otimes)), \dots, d(x_{in}(\otimes), x_n^-(\otimes)) \right\} \quad (21)$$

Step 4. 构建前景价值矩阵

上文利用区间灰数距离测度公式,计算各方案偏离正负理想解的程度,再结合前景理论的定义及前景价值函数,根据偏离程度定义了区间灰数环境下,方案 a_i 下属性 c_j 相对于决策参考点距离的前景价值函数为:

$$v_{ij} = \begin{cases} (D(x_{ij}(\otimes), x_j^-(\otimes)))^\alpha \\ -\sigma(D(x_{ij}(\otimes), x_j^+(\otimes)))^\beta \end{cases} \quad (22)$$

根据实验结果,取参数 $\alpha = \beta = 0.88, \lambda = 2.25$.

若以正理想解为参考点,则各个方案相对于正理想解是损失的:

$$v^- = -\sigma(D(x_{ij}(\otimes), x_j^+(\otimes)))^\beta \quad (23)$$

反之,若以负理想解为参考点,则各个方案是获益的:

$$v^+ = (D(x_{ij}(\otimes), x_j^-(\otimes)))^\alpha \quad (24)$$

由公式(22)和(23)可得负前景价值矩阵和正前

景价值矩阵,以负前景和正前景分为作为区间前景值的下界和上界,构建前景价值区间矩阵 $V_{ij} = [v_{ij}^-, v_{ij}^+]$.

Step 5. 规范化前景决策矩阵

根据区间数无量纲化的差异不变性和规范化公式,对前景决策矩阵进行规范化处理,得到规范化前景价值区间矩阵 $\bar{V}_{ij} = [\bar{v}_{ij}^-, \bar{v}_{ij}^+]$.

$$\bar{v}_{ij}^- = \frac{v_{ij}^- - \min v_{ij}^-}{\max v_{ij}^+ - \min v_{ij}^-} \quad (25)$$

$$\bar{v}_{ij}^+ = \frac{v_{ij}^+ - \min v_{ij}^+}{\max v_{ij}^+ - \min v_{ij}^+} \quad (26)$$

Step 6. 融合前景值

区间灰数很大程度上描述了信息的不确定性,为得到各方案的综合前景值,本文采用证据推理算法计算综合前景值.

对于规范化前景价值区间矩阵 $\bar{V}_{ij} = [\bar{v}_{ij}^-, \bar{v}_{ij}^+]$,假设前景评价等级 $H = \{H_n | n = 1, 2\}$, H_1 表示属性值接近正理想解的程度, H_2 表示属性值远离负理想解的程度.因此在证据推理框架下,方案 a_i 在属性 c_j 下的前景价值置信度可表示为:

$$S(e_i) = \{(H_n, \beta_{n,ij}) | n = 1, 2\}$$

其中, $\beta_{1,ij} = \bar{v}_{ij}^-, \beta_{2,ij} = 1 - \bar{v}_{ij}^+$.

令 $m_{n,ij}$ 为基本概率分配,表示 $x_{ij}(\otimes)$ 支持 a_i 接近正理想解的程度, $m_{H,ij}$ 为未分配概率,根据公式(6-10)可得:

$$m_{1,ij} = w_j \bar{v}_{ij}^-, m_{2,ij} = w_j (1 - \bar{v}_{ij}^+) \quad (27)$$

$$m_{H,ij} = 1 - \sum_{n=1}^N m_{n,ij} = w_j (\bar{v}_{ij}^+ - \bar{v}_{ij}^-) \quad (28)$$

结合式(11),利用证据推理解析合成算法融合正负前景值,可得方案 a_i 被评为等级 H_n 的综合置信度 β_n .因此综合前景值表示为方案 a_i 在评价等级 H_1 上的综合置信度,即: $V(a_i) = [\beta_1, (\beta_1 + \beta_H)]$.

Step 7. 根据文献[18]提出的区间数大小可能度比较公式确定综合前景值的大小,并对方案做出排序.

对于任意两个综合前景值分别为 $V(a) = [a^L, a^R]$ 和 $V(b) = [b^L, b^R]$,记 $l(a) = a^R - a^L, l(b) = b^R - b^L$,则称 $V(a) < V(b)$ 的可能度为:

$$p(V(a) > V(b)) = \frac{\min\{l(a) + l(b), \max(a^R - b^L, 0)\}}{l(a) + l(b)} \quad (29)$$

若 $p(V(a) > V(b)) \geq \frac{1}{2}$, 则称 $V(a) > V(b)$, 否则反之.

3 算例分析

3.1 问题描述

某部队计划采购火炮武器, 现有 4 种火炮方案可供选择 $a_i (i = 1, 2, 3, 4)$. 选择时主要考虑火炮的 5 项指标

$c_j (j = 1, 2, 3, 4, 5)$, c_1 为火力突击能力指数: c_2 为反应能力指数: c_3 为机动能力指数: c_4 为生存能力指数: c_5 为成本(元). 除成本指标为成本型指标外, 其余均为效益性指标. 决策者给出的各属性权重为 $w = (0.19, 0.21, 0.22, 0.23)$. 各指标属性值以区间灰数形式表示, 算例来自于文献[19], 具体数值如表 1 所示.

表 1 原始区间灰数决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
a_1	[26 000, 27 000]	[2, 4]	[18 000, 19 000]	[0.7, 0.8]	[15 000, 16 000]
a_2	[60 000, 70 000]	[3, 4]	[16 000, 17 000]	[0.3, 0.4]	[27 000, 28 000]
a_3	[50 000, 60 000]	[2, 3]	[15 000, 16 000]	[0.7, 0.8]	[24 000, 26 000]
a_4	[40 000, 50 000]	[1, 2]	[28 000, 29 000]	[0.4, 0.5]	[15 000, 17 000]

3.2 决策过程

Step 1. 数据规范化

对效益型指数采用式 (12) 和式 (13) 进行规范化

处理. 对成本型属性采用式 (14) 和式 (15) 进行规范化处理. 可得到规范化后的区间灰数决策矩阵, 最终结果如表 2 所示.

表 2 规范化后的区间灰数决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
a_1	[0.240, 0.295]	[0.298, 0.943]	[0.431, 0.477]	[0.538, 0.721]	[0.571, 0.663]
a_2	[0.554, 0.765]	[0.447, 0.943]	[0.383, 0.426]	[0.231, 0.361]	[0.326, 0.368]
a_3	[0.462, 0.656]	[0.298, 0.707]	[0.359, 0.401]	[0.538, 0.721]	[0.351, 0.414]
a_4	[0.369, 0.546]	[0.149, 0.471]	[0.670, 0.782]	[0.308, 0.451]	[0.537, 0.663]

Step 2. 选取决策参考点

采用式 (3) 的区间灰数大小比较规则可确定正理想解和负理想解分别为:

$$X^+(\otimes) = \{[0.554, 0.765], [0.447, 0.943], [0.670, 0.782], [0.538, 0.721], [0.571, 0.663]\}$$

$$X^-(\otimes) = \{[0.240, 0.295], [0.149, 0.471], [0.359, 0.401], [0.231, 0.361], [0.326, 0.368]\}$$

Step 3. 计算距离测度

采用式 (18) 分别计算各个方案属性值与正理想和负理想解的距离集, 结果如下所示.

$$D(x_i, x_i^+) = \begin{bmatrix} 0.397 & 0.140 & 0.274 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.328 & 0.340 & 0.272 \\ 0.123 & 0.245 & 0.354 & 0 & 0.237 \\ 0.217 & 0.421 & 0 & 0.259 & 0.030 \end{bmatrix}$$

$$D(x_i, x_i^-) = \begin{bmatrix} 0 & 0.367 & 0.076 & 0.340 & 0.272 \\ 0.397 & 0.421 & 0.029 & 0 & 0 \\ 0.297 & 0.234 & 0 & 0.340 & 0.041 \\ 0.197 & 0 & 0.348 & 0.098 & 0.256 \end{bmatrix}$$

Step 4. 构建前景价值矩阵

根据式 (22) 和式 (23) 中的基于区间灰数距离的

前景价值函数, 可分别确定各个方案的负前景值和正前景值, 以负前景值作为区间前景值的下界, 以正前景值作为区间前景值的上界, 构建前景价值区间矩阵, 并采用式 (24) 和式 (25) 得到规范化前景价值矩阵, 结果如表 3 所示.

Step 5. 综合前景值

根据式 (6)-式 (11) 得到综合前景值:

$$V(a_1) = [0.516, 0.902]$$

$$V(a_2) = [0.341, 0.799]$$

$$V(a_3) = [0.383, 0.843]$$

$$V(a_4) = [0.404, 0.850]$$

Step 6. 方案排序

根据区间数大小比较式 (28) 对综合前景值进行排序. 最终各方案的排序结果为: $a_1 > a_4 > a_3 > a_2$.

3.3 分析比较

为说明本文所提方法的有效性, 将其与文献[19]与[20]中所提的决策方法进行比较, 这两种区间灰数决策方法分别分为以下两种情况:

表3 规范化前景价值矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
a_1	[0,0.692]	[0.429,0.965]	[0.140,0.776]	[0.692,1]	[0,0.308]
a_2	[0.692,1]	[0.692,1]	[0.045,0.730]	[0,0.692]	[0.308,1]
a_3	[0.445,0.931]	[0.262,0.876]	[0,0.696]	[0.692,1]	[0.249,0.921]
a_4	[0.285,0.859]	[0,0.692]	[0.696,1]	[0.147,0.795]	[0.016,0.408]

(1) 未考虑决策面对损失和收益时的风险态度,文献[19]提出基于正负靶心的灰靶决策模型,定义最优和最劣方案分别作为灰靶的正负靶心,在综合考虑方案与正负靶心的距离基础上,建立单目标优化方程,再根据综合靶心距 ε_i 对方案排序.采用文献[19]对4种火炮方案进行综合靶心距求解的结果为 $\varepsilon_1 = 0.287\ 005$, $\varepsilon_2 = 0.334\ 964$, $\varepsilon_3 = 0.325\ 629$, $\varepsilon_4 = 0.404\ 164$.该方法未考虑决策者的心理因素,可与本文考虑决策者心理因素下的结果进行比较.

(2) 考虑决策的心理行为,文献[20]提出一种基于改进的TODIM方法的区间灰数多属性决策模型,TODIM方法在前景理论的基础上提出的一种多属性决策方法,根据两两方案相比较时的收益和损失求解优势度 $\Phi(a_i)$,并对方案做出选择,该方法与前景理论方法有类似之处,因此具有可比性.采用文献[20]的方法得到4种火炮方案的总优势度为 $\Phi(a_1) = 0.5665$, $\Phi(a_2) = -0.2791$, $\Phi(a_3) = -0.1107$, $\Phi(a_4) = -0.1767$.

对比不同决策方法下的方案排序结果,如表4所示.

表4 不同决策方法的排序结果对比

不同决策方法	方案排序结果
本文方法	$a_1 > a_4 > a_3 > a_2$
文献[19]灰靶决策法	$a_1 > a_3 > a_2 > a_4$
文献[20]改进的TODIM法	$a_1 > a_3 > a_4 > a_2$

由表4可知,三种不同决策方法下的排序结果不完全一致,但最优方案均为 a_1 ,说明了本文方法的有效性.与文献[19]相比,最大的不同在于方案 a_4 的排序位置.直观看来,方案 a_4 在 c_3 和 c_5 两个指标上均远远优于方案 a_2 和 a_3 ,且加上属性权重的影响,方案 a_4 理应优于 a_2 和 a_3 .此外,该方法未考虑决策者的心理因素,也对决策结果造成了一定影响.与文献[20]相比,前景理论和TODIM方法均考虑了决策者心理因素,从排序结果上看仅中间两个方案的排序存在差异,文献[20]直接使用方案间两两比较的优势度,本文采用证据推理方法对不确定信息进行融合,能够减少信息丢失,更好地处理决策信息.

综上所述,本文方法与文献[19]中的方法进行比较,本文在决策过程中考虑了决策者对收益和损失的风险态度,更加贴近实际决策情况,更具优越性.与文献[20]中的方法进行比较,本文基于区间灰数距离公式定义前景价值函数,并采用不确定推理方法融合信息,较大程度地保留了原始信息,使决策过程更加合理和科学,为解决区间灰数多属性决策提供了一种有效方法.

4 结论与展望

本文提出了一种前景理论和证据推理相结合的区间灰数多属性决策方法.该方法中的区间灰数距离测度公式采用区间灰数的核和信息域进行定义,保留了区间灰数的特性.采用前景理论和证据推理算法解决区间灰数多属性决策问题,一方面前景理论考虑了决策者面临收益和损失的差异性,更加符合实际.另一方面证据推理算法在面对不确定信息时能够有效处理,融合过程避免了原始信息的丢失.综上,本文提出的方法为处理区间灰数多属性决策问题提供了新的思路及有效途径,具有一定应用价值.

参考文献

- Zadeh LA. Fuzzy sets. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353. [doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X]
- Deng JL. Control problem of grey systems. Systems & Control Letters, 1982, 1(5): 288-294.
- 邓聚龙. 灰色控制系统. 华中工学院学报, 1982, 10(3): 9-18.
- 谢乃明, 刘思峰. 考虑概率分布的灰数排序方法. 系统工程理论与实践, 2009, 29(4): 169-175. [doi: 10.3321/j.issn:1000-6788.2009.04.021]
- 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658-1664. [doi: 10.12011/1000-6788(2010)9-1658]
- 闫书丽, 刘思峰, 方志耕, 等. 基于累积前景理论的动态风险灰靶决策方法. 控制与决策, 2013, 28(11): 1655-1660.
- 王俊杰, 党耀国, 李雪梅. 连续型区间灰数排序的应用研究. 系统工程, 2014, 32(8): 148-152. [doi: 10.3969/j.issn.1001-

- 2362.2014.08.098]
- 8 刘中侠, 刘思峰, 蒋诗泉, 等. 基于区间灰数相离度的灰色关联决策模型. 统计与信息论坛, 2017, 32(9): 24–28.
 - 9 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用. 北京: 科学出版社, 2010. 15–16.
 - 10 刘思峰, 方志耕, 谢乃明. 基于核和灰度的区间灰数运算法则. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2): 313–316.
 - 11 Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263–291. [doi: [10.2307/1914185](https://doi.org/10.2307/1914185)]
 - 12 Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297–323. [doi: [10.1007/BF00122574](https://doi.org/10.1007/BF00122574)]
 - 13 Dempster AP. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics*, 1967, 38(2): 325–339. [doi: [10.1214/aoms/1177698950](https://doi.org/10.1214/aoms/1177698950)]
 - 14 Shafer G. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton: Princeton University Press, 1976.
 - 15 Yang JB, Singh MG. An evidential reasoning approach for multiple-attribute decision making with uncertainty. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, 24(1): 1–18. [doi: [10.1109/21.259681](https://doi.org/10.1109/21.259681)]
 - 16 Yang JB, Xu DL. On the evidential reasoning algorithm for multiple attribute decision analysis under uncertainty. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2002, 32(3): 289–304. [doi: [10.1109/TSMCA.2002.802746](https://doi.org/10.1109/TSMCA.2002.802746)]
 - 17 Wang YM, Yang JB, Xu DL. Environmental impact assessment using the evidential reasoning approach. *European Journal of Operational Research*, 2006, 174(3): 1885–1913. [doi: [10.1016/j.ejor.2004.09.059](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.09.059)]
 - 18 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67–70. [doi: [10.3969/j.issn.1000-5781.2003.01.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-5781.2003.01.011)]
 - 19 宋捷, 党耀国, 王正新, 等. 正负靶心灰靶决策模型. 系统工程理论与实践, 2010, 30(10): 1822–1827. [doi: [10.12011/1000-6788\(2010\)10-1822](https://doi.org/10.12011/1000-6788(2010)10-1822)]
 - 20 王霞, 党耀国. 基于改进的 TODIM 方法的区间灰数多属性决策模型. 控制与决策, 2016, 31(2): 261–266.