

图6 平移向量的起点放置在B的每个顶点

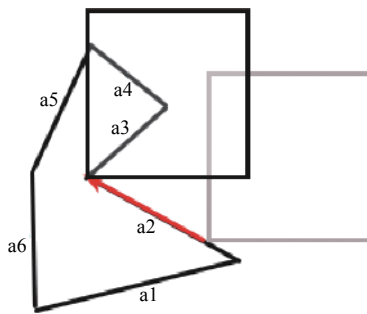


图7 多边形B沿平移向量平移

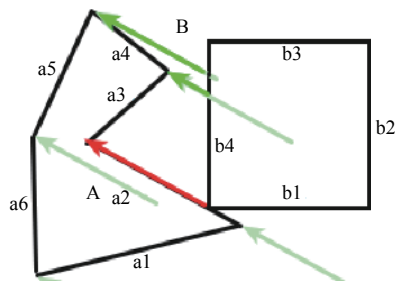


图8 平移向量的修剪

值得指出的是,在文献[5]中,直接使用修剪后的最长平移向量进行平移.但是,在实验中发现该平移向量不一定是能用的.也就是说,按此平移向量平移后,B在下一次平移之前就不一定与A接触了.

在图9中,找到了两个可行的平移向量 $\vec{p1}$ 和 $\vec{p2}$, $\vec{p2}$ 的长度比 $\vec{p1}$ 的长,并且 $\vec{p1}$ 和 $\vec{p2}$ 均是不需要修剪的.当B按 $\vec{p2}$ 平移之后,A与B就不在接触,那么在下一轮找接触点时,就不可能找到,也就无法继续执行.因此,在这种情况下,需要抛弃 $\vec{p2}$,选择 $\vec{p1}$.

1.2.5 移动多边形B

通过前面的步骤,得到了修剪后最长的可行平移向量.接下来,B按这个向量平移即可.但需要注意两点:(1)判断B的参考点是否回到了起点.若回到起点,

得到一个NFP.(2)判断B的参考点是否越过起点.这个是对文献[5]的一个补充.也就是此时B的平移距离过长,超过了起点,如图10所示.

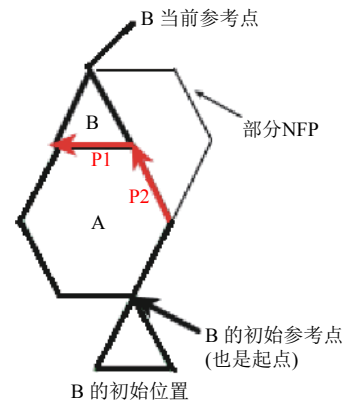


图9 B沿平移向量 $\vec{p1}$ (或 $\vec{p2}$)平移情况分析

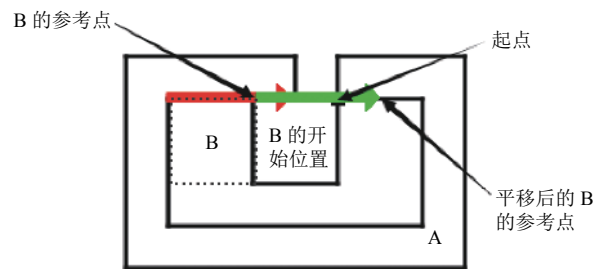


图10 B的参考点沿平移向量平移越过起点

在图10中,红色的是可行的平移向量,绿色的表示B的参考点的平移.由图知,当B的参考点沿平移向量平移后,越过了起点.本来可以生成一个NFP,现在就会无限循环下去,因为B的参考点不会移东到起点了.在这种情况下,需要缩短平移向量.

1.3 找到下一个起点

在1.2节中,生成了一个完整的外部NFP,是B对A的外部环绕.是否存在其他NFP呢?也就是B在A的内部平移存不存在,从而生成内部的NFP.这里涉及到起点搜索.在1.2节中,我们假定的起点是A的最低点.而在这里,我们需要找到其他起点,以便B能从这些起点出发,得到其他的NFP.

1.3.1 起点搜索算法

在寻找外部NFP过程中,A中的有些边可能没有遍历到.故可以从这些边中寻找起点.假设a是A中一条未遍历的边,试着在a中找到一个可行的起点.算法过程如下:依次让B的每个顶点平移到a的起点,判

断: (1) 如果 A 此时与 B 没有相交, 那么 a 的起点是一个可行的起点. 可再次运用 1.2 节中介绍的方法. (2) 如果 A 此时与 B 有交叉, 那么需要让 B 沿着 a 移动, 直到平移到一个的不相交位置, 或者到达 a 的终点 (这就说明在 a 上不可能找到起点).

现在, 假定 A 与 B 相交, 然后 B 沿 a 平移寻找可行的起点. 首先, 可以快速判断一下, B 沿着 a 移动是否一定存在交叉. 方法如下: 因为此时的接触点是 a 的起点, 并且 B 中有两条边也接触到这个顶点. 那只要判断一下, B 的两条接触边是否至少有一条边在 a 的左侧. 若成立, 那么 B 沿着 a 移动一定会与 A 相交. 这样, 就需要判断 A 中其他未遍历的边了. 如果通过上述判断, 就需要修剪 a 向量. 过程如下: 当前的平移向量 $\vec{T} = \vec{a}$ 的起点 \rightarrow a 的终点. 同样, 利用 1.2.4 中介绍的修剪方法修剪 \vec{T} , 得到 \vec{T}' . 那么 B 按 \vec{T}' 平移, 同时更新接触点和 B 的参考点. 再次运用 1.2 节中介绍的方法, 找出剩余的平移向量. 这里要注意, 就是对 a 进行标记, 表示 a 被遍历过了. 那么在下一轮的搜索中就不会遍历边 a 了.

1.4 平移向量合并生成 NFP

通过 1.1 节到 1.3 节的计算, 找到所需要全部平移向量. 现在, 就需要对他们合并生成 NFP. 每一组平移向量都对应一个起点和 B 的参考点. 那么对 B 的参考点执行一组平移操作, 就可以生成一个 NFP.

2 案例介绍

下面举一些例子, 如图 11 至图 15, 表明算法的运行情况. 图 11 至图 15 中左图是多边形的初始位置, 右图是平移的开始位置、起点和生成的 NFP.

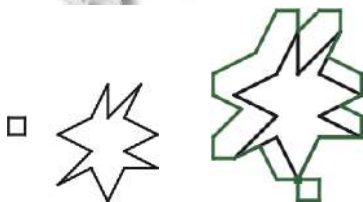


图 11 生成一个外部的 NFP

3 测试

根据文献[5]和来自 the Association of the European

Operational Research Societies 的板材排样工作小组的数据集 (<https://www.euro-online.org/websites/esicup/data-sets/>), 执行如表 2 所列出的测试. 实验中使用的机器为 Intel Core i5-3230M@2.6 GHz, 8 GB 内存. 表格的形式参考了文献[5].

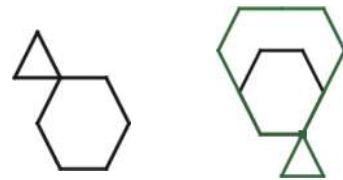


图 12 生成一个外部的 NFP

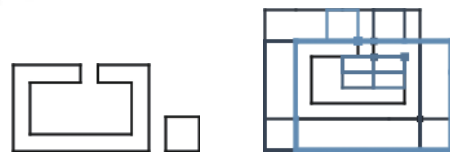


图 13 生成内部和外部的 NFP

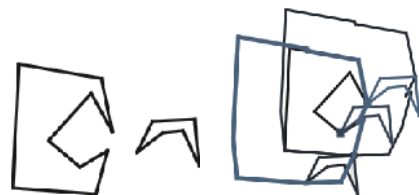


图 14 生成内部和外部的 NFP



图 15 互锁和外部的 NFP

4 结论与展望

生成了完整的 NFP 结构, 给出算法实现的具体细节和一些要点. 通过测试, 表明该方法具有一定的高效性. 与先前的一些借助于三角函数的方法相比, 该算法的实现简单, 高效, 且不需要对每一种特殊情况做特殊的考虑. 利用起点搜索过程, 对某些传统方法无法解决的互锁, 洞等情况, 能够成功解决. 对板材排样系统的设计与实现有一定的借鉴意义.

表2 对不同数据集的测试结果

A	B	C	D	E	F	G	H
数据集	不同形状数	旋转度	有旋转生成的形状数	总共的逻辑形状数	NFP 个数	生成时间 (s)	每秒的 NFP 数
Terashima1	540	0	1	540	291 600	386.67	754
Terashima2	480	0	1	480	230 400	320.00	720
Albano180	8	180	2	16	256	0.21	1219
Albano90	8	90	4	32	1024	0.53	1932
Dagli	10	90	4	40	1600	0.70	2286
Dighe1	16	90	4	64	4096	1.06	3864
Dighe2	10	90	4	40	1600	0.45	3556
Fu	12	90	4	48	2304	0.15	15 360
Jakobs1	25	90	4	100	10 000	3.52	2841
Jakobs2	25	90	4	100	10 000	3.47	2882
Mao	9	90	4	36	1296	1.32	982
Marques	8	90	4	32	1024	0.65	1575
Poly1a	15	90	4	60	3600	1.00	3600
Poly2a	15	90	4	60	3600	0.99	3636
Poly3a	15	90	4	60	3600	0.8	4500
Poly4a	15	90	4	60	3600	1.09	3303
Poly5a	15	90	4	60	14 400	1.02	3529
Poly2b	30	90	4	120	32 400	5.64	2553
Poly3b	45	90	4	180	57 600	20.50	1580
Poly4b	60	90	4	240	90 000	55.48	1038
Poly5b	75	90	4	300	256	125.32	718
Shapes	4	90	4	16	16	0.10	2560
Shapes0	4	0	1	4	4	0.01	1600
Shapes1	4	180	2	8	8	0.01	6400
Shirts	8	180	2	16	16	0.1	2560
Swim	10	180	2	20	20	4.97	80
Trousers	17	180	2	34	34	0.53	2181

参考文献

- 贾志欣, 殷国富, 罗阳. 二维不规则零件排样问题的遗传算法求解. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(5): 467-670. [doi: 10.3321/j.issn:1003-9775.2002.05.020]
- 李建涛, 黄星梅, 钟志华. 二维矩形件切割的路径优化. 机械设计与制造, 2005, (4): 86-87. [doi: 10.3969/j.issn.1001-3997.2005.04.040]
- 王书文, 黄星梅, 李建涛. 二维矩形件组块优化切割的研究与实现. 苏州大学学报(工科版), 2007, 27(6): 49-52.
- 曹德列. 不规则图形数控切割关键技术研究[硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2012.
- O'Rourke J. Computational Geometry in C. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 1998.
- Burke EK, Hellier RSR, Kendall G, et al. Complete and robust no-fit polygon generation for the irregular stock cutting problem. European Journal of Operational Research, 2007, 179(1): 27-49. [doi: 10.1016/j.ejor.2006.03.011]
- Bennell JA, Dowland KA, Dowland WB. The irregular cutting-stock problem - A new procedure for deriving the no-fit polygon. Computers & Operations Research, 2001, 28(3): 271-287.
- Dowland K A, Dowland WB. Packing problems. European Journal of Operational Research, 1992, 56(1): 2-14. [doi: 10.1016/0377-2217(92)90288-K]
- Agarwal PK, Flato E, Halperin D. Polygon decomposition for efficient construction of Minkowski sums. Computational Geometry, 2002, 21(1-2): 39-61. [doi: 10.1016/S0925-7721(01)00041-4]
- Art Jr RC. An approach to the two dimensional irregular cutting stock problem. Massachusetts: IBM Cambridge Scientific Centre, 1966.