

改进的麻雀搜索算法及其求解旅行商问题^①



张月栋¹, 莫愿斌²

¹(广西民族大学 电子信息学院, 南宁 530006)

²(广西民族大学 广西混杂计算与集成电路设计分析重点实验室, 南宁 530006)

通信作者: 莫愿斌, E-mail: 674148582@qq.com

摘要: 旅行商问题 (TSP) 是经典的 NP 难问题, 对该问题的研究从未停止, 也得到了很多的近似求解算法, 但每一种算法都各有特色, 正因如此, 对旅行商问题总有新的算法在提出。麻雀算法是新近提出的算法, 本文对麻雀搜索算法 (SSA) 的原理、搜索策略以及算法的基本流程进行研究分析, 针对 SSA 搜索接近全局最优时, 种群的多样性减少, 容易陷入局部最优等问题提出一种改进的麻雀搜索算法 (ISSA)。使用 6 个标准测试函数与基本 SSA 以及其他群体智能算法进行仿真实验, 测试 ISSA 的性能。最后应用 ISSA 对旅行商问题进行求解。实验表明, 改进的麻雀搜索算法能够改善麻雀搜索算法的缺点, 提升寻优能力, 并且验证了其求解旅行商问题的可行性与优越性。

关键词: 麻雀搜索算法; 群体智能; 高斯变异; 寻优能力; 旅行商问题

引用格式: 张月栋, 莫愿斌. 改进的麻雀搜索算法及其求解旅行商问题. 计算机系统应用, 2022, 31(2): 200–206. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/8308.html>

Improved Sparrow Search Algorithm and Its Application in TSP

ZHANG Yue-Dong¹, MO Yuan-Bin²

¹(College of Electronic Information, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China)

²(Guangxi Key Laboratory of Hybrid Computation and IC Design Analysis, Guangxi University for Nationalities, Nanning 530006, China)

Abstract: The traveling salesman problem (TSP) is a classical NP-hard problem. The research on it has never stopped, and a lot of approximate solving algorithms have been obtained. However, each algorithm has its own characteristics, and thus new algorithms are proposed frequently for TSP, such as the sparrow algorithm developed recently. This work studies and analyzes the principle, search strategy, and basic process of the sparrow search algorithm (SSA). When the search by SSA approaches the global optimum, the diversity of the population decreases and it is easy to fall into the local optimum. Given this, the work proposes an improved sparrow search algorithm (ISSA). Six standard test functions, the basic SSA, and other swarm intelligence algorithms are employed in simulation experiments to test the performance of ISSA. Finally, ISSA is used to solve the TSP. Experiments show the effectiveness of ISSA in improving the shortcomings of SSA and enhancing the optimization ability and verify the feasibility and superiority of ISSA in TSP solving.

Key words: sparrow search algorithm (SSA); swarm intelligence; Gaussian variation; optimization ability; traveling salesman problem (TSP)

旅行商 (TSP) 问题是数学领域组合优化中著名的 NP 难题之一, 又称旅行推销员问题^[1]。该问题的求解一直是学术界研究的热点问题。旅行商问题的表述比较

容易, 但对于路径的优化求解比较困难。对于 TSP 问题求解的传统方法有蛮力法、动态规划法、分枝限界法等^[2], 但当 TSP 问题的规模较大时, 传统算法往往不能

① 基金项目: 国家自然科学基金 (21466008); 广西自然科学基金 (2019GXNSFAA185017)

收稿时间: 2021-04-10; 修改时间: 2021-05-11; 采用时间: 2021-05-28; csa 在线出版时间: 2022-01-17

解决。针对大规模的 TSP 问题，近年来兴起的群体智能优化算法在该问题的求解中得到了很好的应用。

群体智能优化算法是一种基于概率而进行随机搜索的进化算法，通过模拟昆虫、鱼群、鸟群、兽群等生物的觅食方式，对群体之间信息的交流进行抽象，从而快速找到问题的最优解^[3]。“群体智能”的概念最早由 Beni 和 Wang 在文献 [4] 中提出。之后群体智能优化算法得到迅速的发展，最具代表性的是 1991 年 Colorni 和 Dorigo 提出的蚁群算法 (ACO)^[5] 以及 1995 年 Kennedy 和 Eberhart 提出的粒子群优化算法 (PSO)^[6]。在此之后，群体智能算法的灵感来源主要有 3 个方面：1) 单纯动物个体的觅食行为；2) 单纯动物个体的社会行为；3) 生物群体的觅食行为与社会行为。专家学者因此提出了许多群体智能优化算法，例如 2003 年 Eusuff 等提出的混合蛙跳算法 (SFLA)^[7]、2009 年 Karaboga 等提出的人工蜂群算法 (ABC)^[8]、2008 年 Yang 提出的萤火虫优化算法 (GSO)^[9]、2014 年 Mirjalili 等提出的灰狼优化算法 (GWO)^[10] 与 2016 年提出的鲸鱼优化算法 (WOA)^[11] 等。

对于群体智能优化算法在优化问题上的应用也得到了进一步的研究与发展^[12]，针对旅行商问题的求解，Mahi 等提出了一种求解标准 TSP 的混合算法 PSO-ACO-3-opt^[13]，Geng 等提出了一种有效的基于模拟退火 (SA) 和贪婪搜索技术的局部搜索算法来求解 TSP 问题^[14]，Jolai 和 Ghanbari 提出了一种改进的人工神经网络 (ANN) 方法来求解 TSP^[15] 等。

麻雀搜索算法 (SSA) 是 Xue 等^[16]2020 年新提出的元启发式群体智能优化算法。研究表明^[17]，相对于其他的群体智能优化算法在收敛速度、搜索精度、稳定性方面有明显的优势。但是，在搜索接近全局最优时，存在种群的多样性减少，容易陷入局部最优等问题。本文通过对改进，并应用在旅行商问题的求解中，获得了较好的结果。

本文对麻雀搜索算法的搜索策略与算法的基本流程进行研究分析，针对 SSA 容易陷入局部最优问题，通过改进发现者与侦查者的位置更新公式，引入高斯变异策略，提出一种改进的麻雀搜索算法 (ISSA)。将 ISSA 算法与基本 SSA 算法、粒子群优化算法 (PSO)、鲸鱼优化算法、灰狼优化算法使用 6 个基准测试函数进行性能对比测试实验，验证 ISSA 算法的有效性，最后将其应用在旅行商问题的求解中，验证 ISSA 算法与 SSA 算法对于求解 TSP 问题的可行性与优越性。

1 麻雀搜索算法

麻雀搜索算法是受麻雀群体的捕食与反捕食行为启发得来。麻雀的觅食过程遵循发现者-跟随者模型，同时引入麻雀对于捕食者的预警机制。麻雀群体种有发现者、跟随者、预警者 3 种角色。种群中适度值较高的麻雀作为发现者，负责找到食物并且为其他麻雀提供食物的方位。除去作为发现者的麻雀，其他个体则为跟随者，跟随发现者进行觅食。同时，跟随者会监视发现者，并对其进行食物的掠夺提高自己的适应度，从而成为发现者。在麻雀群体中，存在一定数量的预警者，当预警值大于安全值时，预警者会发出叫声为其他麻雀提供信号，逃离危险区域，防止被捕食。麻雀搜索算法中麻雀角色具体位置更新公式如下：

麻雀种群中的发现者的位置更新公式为：

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,j}^t \cdot \exp\left(-\frac{i}{\alpha \cdot iter_{max}}\right), & R_2 < ST \\ X_{i,j}^t + Q \cdot L, & R_2 \geq ST \end{cases} \quad (1)$$

其中，麻雀种群中发现者所占的比例为 10%–20%，式中 t 为当前的迭代数， $iter_{max}$ 为最大迭代数， α 为 $(0, 1]$ 之间均匀的随机数， $R_2 \in [0, 1]$ ， $ST \in [0.5, 1.0]$ 分别表示预警值与安全值。 Q 为服从正态分布的随机数， L 为 $1 \times d$ 的矩阵，其中每个内部元素都为 1。

麻雀种群中跟随者的位置更新公式为：

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} Q \cdot \exp\left(\frac{X_{worst} - X_{i,j}^t}{i^2}\right), & i > \frac{n}{2} \\ X_p^{t+1} + |X_{i,j}^t - X_p^{t+1}| \cdot A^+ \cdot L, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

其中， X_{worst}, X_p^{t+1} 分别为种群中在第 t 次迭代与第 $t+1$ 次迭代中，在第 j 维处于最差位置与局部最优位置的个体， A 是一个矩阵内部元素为 1 或 -1 的多维矩阵。

麻雀种群中预警者的位置更新公式如下：

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{best}^t + \beta \cdot |X_{i,j}^t - X_{best}^t|, & f_i > f_g \\ X_{i,j}^t + K \cdot \left(\frac{|X_{i,j}^t - X_{worst}^t|}{(f_i - f_w) + \varepsilon} \right), & f_i = f_g \end{cases} \quad (3)$$

其中，预警者所占的比例为 10%–20%， X_{best}^t 为当前麻雀种群的全局最优位置的个体， β 为服从正态分布，均值为 0，方差为 1 的控制步长的参数， ε 为一个极小的常数，用于避免式中分母出现 0 的情况，一般设为 $10E-8$ 。 $K \in [0, 1]$ 用来控制麻雀的运动方向。 f_i 为当前个体 i 的

适应度值, f_g, f_w 为当前麻雀种群的局部最优适度值与最差适度值.

麻雀搜索算法的基本算法步骤如下:

步骤 1. 初始化最大迭代次数, 种群数量 N , 发现者比例 PD , 侦察者比例 SD 、警戒阈值 R_2 .

步骤 2. 计算麻雀种群的适度值并进行排序, 找出当前最差适度个体与最优适度值个体.

步骤 3. 应用式(1)对发现者进行位置更新.

步骤 4. 应用式(2)对跟随者进行位置更新.

步骤 5. 应用式(3)对预警者进行位置更新.

步骤 6. 完成当前迭代, 得到新的位置.

步骤 7. 计算当前麻雀种群的适度值, 如果优于之前位置, 更新麻雀种群位置.

步骤 8. 判断是否满足最大迭代次数或者精度要求, 若是, 结束迭代输出最优结果, 否则返回步骤 3.

2 改进的麻雀搜索算法

麻雀搜索算法在接近全局最优时, 会出现种群多样性减少, 容易陷入局部最优, 出现早熟现象的缺点^[17]. 为此, 本文对麻雀搜索算法中发现者与侦查者的位置更新进行改进, 引入高斯变异策略对全局最优解进行扰动, 具体改进策略如下.

2.1 改进发现者更新位置

为了使 SSA 算法能够避开向原点收敛的弊端, 将算法向最优位置跳跃的操作转换为向最优位置的移动, 将式(1)进行如下修改:

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,j}^{t+1} \cdot (Q+1), & R_2 < ST \\ X_{i,j}^{t+1} + Q, & R_2 \geq ST \end{cases} \quad (4)$$

其中, $Q+1$ 为均差为 1, 方差为 1 的正态随机分布数. Q 为标准正态随机分布数.

2.2 改进预警者更新位置

为了让预警者发现危险后能够逃离到最优的安全位置, 提高算法的全局搜索能力, 将式(3)进行如下修改:

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,j}^{t+1} \cdot \beta \cdot (X_{i,j}^t - X_{\text{best}}^t), & f_i = f_g \\ X_{i,j}^{t+1} + \beta \cdot (X_{\text{worst}}^t - X_{\text{best}}^t), & f_i \neq f_g \end{cases} \quad (5)$$

如果该麻雀处于最优位置, 则逃离到最优位置与最差位置之间的随机位置, 否则逃离到自己与随机位置之间的随机位置, β 为标准正态分布随机数.

2.3 高斯变异策略

引入高斯变异算子对每次迭代得到的全局最优解进行扰动, 避免算法陷入局部最优, 出现早熟现象的缺点, 同时也能够维持种群个体的多样性^[18]. 高斯变异算子如下:

$$X_{\text{gauss}}^{t+1} = X_{\text{gbest}}^t \cdot (1 + \text{Gaussian}(\alpha)) \quad (6)$$

其中, X_{gauss}^{t+1} 为高斯变异后得到高斯最优解, $\text{Gaussian}(\alpha)$ 为服从均值为 0, 方差为 1 的高斯分布随机向量.

具体策略方式的使用贪婪规则如下所示:

$$\begin{cases} X_{\text{gbest}} = X_{i,j}^{t+1}, & f(X_{i,j}^{t+1}) < f(X_{\text{gauss}}^{t+1}) \\ X_{\text{gbest}} = X_{\text{gauss}}^{t+1}, & f(X_{i,j}^{t+1}) \geq f(X_{\text{gauss}}^{t+1}) \end{cases} \quad (7)$$

2.4 改进的麻雀搜索算法步骤

步骤 1. 初始化最大迭代次数, 种群数量 N , 发现者比例 PD , 侦察者比例 SD 、警戒阈值 R_2 .

步骤 2. 计算麻雀种群的适度值并进行排序, 找出当前最差适度个体与最优适度值个体.

步骤 3. 应用改进式(4)对发现者进行位置更新.

步骤 4. 应用式(2)对跟随者进行位置更新.

步骤 5. 应用改进式(5)对预警者进行位置更新.

步骤 6. 完成当前迭代, 得到新的位置.

步骤 7. 使用高斯变异算子(6)对全局最优位置进行高斯变异, 使用贪婪规则(7)判断是否更新最优位置.

步骤 8. 判断是否满足最大迭代次数或者精度要求, 若是, 结束迭代输出最优结果, 否则返回步骤 3.

3 算法性能测试

为验证改进的麻雀搜索算法能够改善原算法的缺点, 证明其有效性. 本文将 ISSA 与基本麻雀搜索算法、粒子群优化算法、鲸鱼优化算法、灰狼优化算法使用 6 个基准测试函数进行对比实验.

本文实验所使用的操作系统为 Windows 10 专业版 64 位, 实验软件为 Matlab R2019b, 处理器 Intel(R) Core(TM)i5-5257U CPU @ 2.70 GHz.

3.1 参数设置

在相同的实验环境下, 设置种群数量为 30, 最大迭代次数为 1 000, 对每一个测试函数进行独立的 20 次实验, 每一个测试的优化算法均用文献 [4,10,11,17] 中所给出的原始参数值如表 1. 6 个基准测试函数分别为表 2 的单峰基准测试函数, 表 3 的多峰基准测试函数,

表4 固定尺寸的多峰基准测试函数.

3.2 算法性能测试实验结果分析

5种算法优化6个基准测试函数的最优值、最差值、平均值对比结果如表5所示,最优结果由粗体标出。从收敛曲线图(图1、图2)可以看出,ISSA在优化单峰函数时的性能是最好的,有很强的全局搜索能力。从收敛曲线图(图3、图4)可以看出在优化多峰函数时,改进后的麻雀搜索算法的收敛速度随着迭代次数的增多逐渐加快,能够快速收敛到最优值,没有出现早熟现象。总体结果由表5可以看出,改进的麻雀搜索算法在处理含有多个局部最优解的问题上,相对于其他3种优化算法性能更好。从收敛曲线图(图5、图6)可以看出,在处理固定尺寸的多峰测试函数时,5种算法的收敛速度基本相同,都是在每次迭代的最开始就快速收敛。但在优化测试函数时,改进麻雀搜索算法的收敛速度相对于其他算法更快。

由上述实验结果可知,通过改进麻雀搜索算法中发现者与侦察者的位置更新公式,有效的提高了SSA的全局搜索能力,加快了寻优与收敛的速度。通过引入高斯策略,通过贪婪规则对全局最优解进行扰动,能够明显改善SSA算法容易陷入局部最优,出现早熟现象。

表3 多峰基准测试函数

标准测试函数	维数	搜索空间	理论值
$F_3 = \sum_{i=1}^n [x_i \cdot 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	30	[-100, 100]	0
$F_4 = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_i) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_1 + 1)] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$	30	[-50, 50]	0

表4 固定尺寸的多峰基准测试函数

标准测试函数	维数	搜索空间	理论值
$F_4 = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	2	[-5, 5]	-1.0316
$F_5 = \left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6 \right)^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos x_1 + 10$	2	[-5, 5]	0.398

4 ISSA 求解旅行商问题

4.1 问题描述

旅行商问题是经典的组合优化NP问题,又称之为旅行推销员问题,最早由Flood在1956年提出,在运筹学和理论计算机科学中具有非常重要的地位^[19]。

旅行商问题可以描述为一个商品的推销员要在若干城市之间推销商品,该推销员从某一个城市出发,需要经过所有的城市之后回到出发地。问题是如何选择

的缺点。综上所述,证明了改进的麻雀搜索算法的有效性。

表1 算法的初始参数

算法	参数名称	数值
ISSA	发现者比例PD	20%
	预警者比例SD	10%
	安全阈值ST	0.8
SSA	发现者比例PD	20%
	预警者比例SD	10%
	安全阈值ST	0.8
PSO	学习因子c1	1.4945
	学习因子c2	1.4945
	权重w	0.8
WOA	a	0
	b	1
GWO	取值范围	[-100, 100]
	最优解a	从2线性递减到0
	协同系数A	[-a, a]
	协同系数向量C	[0, 2]

表2 单峰基准测试函数

标准测试函数	维数	搜索空间	理论值
$F_1 = \sum_{i=1}^n x_i^2$	30	[-100, 100]	0
$F_2 = \max \{ x_i , 1 \leq i \leq n \}$	30	[-100, 100]	0

行进路线才能够使得总行程最短^[20]。

设城市的集合为顶点集 $V = \langle v_1, v_2, \dots, v_n \rangle$ 其中每对城市之间的距离为 $d_{(v_i, v_{i+1})}$,则城市的旅行最短距离问题的目标函数公式为:

$$f = \min \sum d_{(v_i, v_{i+1})} + d_{(v_n, v_1)}$$

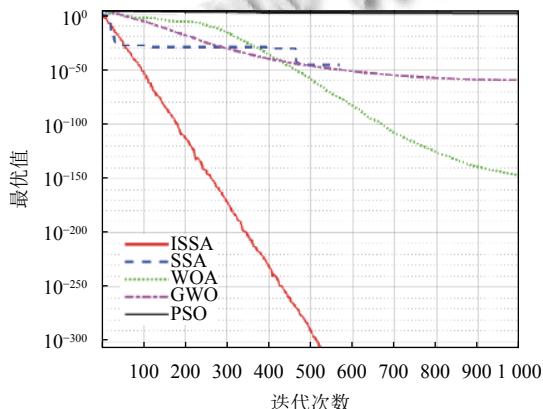
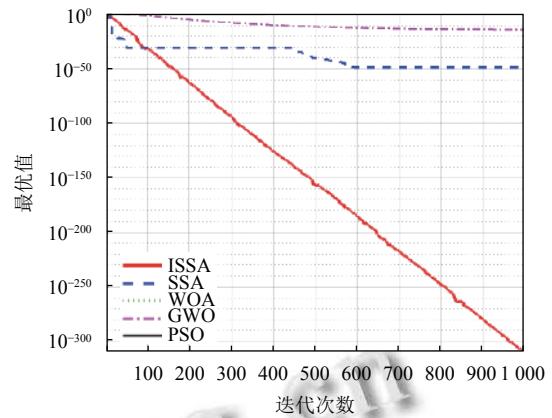
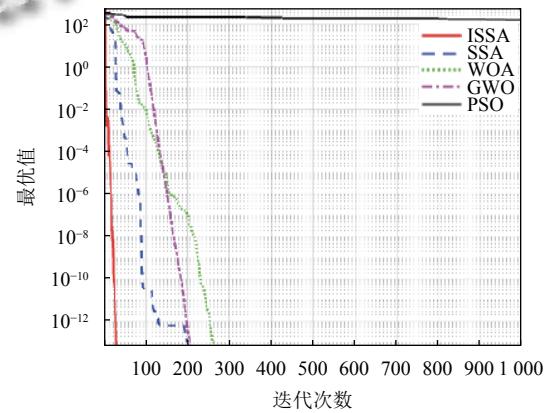
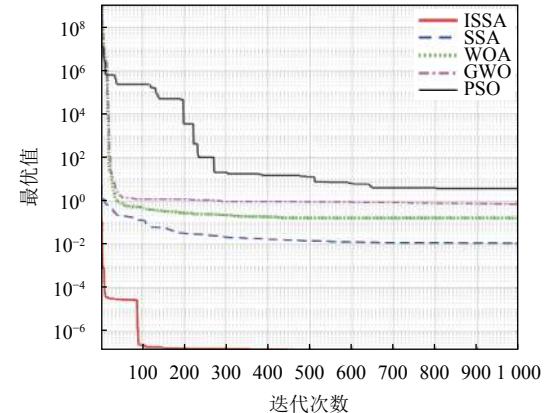
4.2 实验测试

本实验采用tsplib中的burma14、A280和Eil51

的 TSP 数据对本文提出的改进的麻雀搜索算法与基本麻雀搜索算法、进行仿真实验结果与文献 [21,22] 给出的数据进行对比。每个算法对 TSP 数据进行 20 次独立实验。设置的初始参数为：种群麻雀的个数为 100，最大迭代次为 1 000，各算法的具体参数按表 1 给出。

表 5 5 种算法的 20 次实验结果

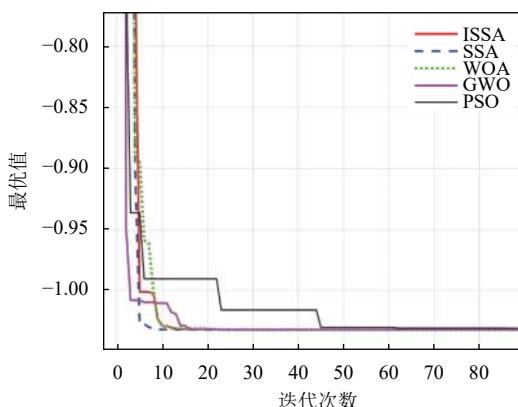
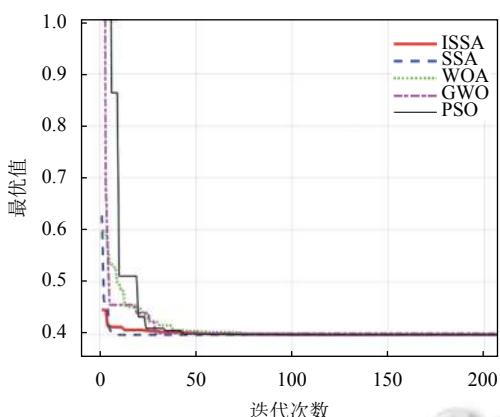
测试函数	算法	最优值	最差值	平均值
F_1	ISSA	0.0	0.0	0.0
	SSA	0.0	0.0	0.0
	PSO	7.8387E-04	2.7025E-02	5.8183E-03
	WOA	3.1852E-205	1.1145E-192	1.0485E-193
	GWO	2.4992E-87	2.1121E-83	1.5752E-84
F_2	ISSA	0.0	0.0	0.0
	SSA	8.8422E-04	9.7021	0.0100
	PSO	0.0	0.0223	0.0165
	WOA	1.1587E-08	1.8735	1.8310E+01
	GWO	1.7433E-22	1.6327E-21	1.1575E-22
F_3	ISSA	0.0	0.0	0.0
	PSO	0.0	0.0223	0.0165
	SSA	0.0	0.0	0.0
	WOA	0.0	0.0	0.0
	GWO	0.0	0.0	0.0
F_4	ISSA	0.0	2.6196E-07	1.3098E-08
	SSA	0.0	1.0512E-04	5.25576E-06
	PSO	6.6732E+02	8.1212E+12	6.5432E+11
	WOA	4.2262E-04	1.4981E-02	5.1692E-03
	GWO	5.2610E-06	9.9522E-01	1.9272E-01
F_5	ISSA	-1.0316	-1.032	-1.0316
	SSA	-1.0316	-1.0316	-1.0316
	PSO	-1.0316	-1.0316	-1.0316
	WOA	-1.032	2.387E-13	-1.0316
	GWO	-1.032	-1.04	-1.0312
F_6	ISSA	0.3979	0.3979	0.3979
	SSA	0.3979	0.3979	0.3979
	PSO	0.3900	0.4324	0.4300
	WOA	0.3979	0.3979	0.3979
	GWO	0.3979	0.3981	0.3979

图 1 F_1 的收敛曲线图 2 F_2 的收敛曲线图 3 F_3 的收敛曲线图 4 F_4 的收敛曲线

4.3 实验结果分析

各算法 20 次独立实验的最优值、平均值、迭代次数如表 6 所示。图 7-图 9 为 ISSA 求解 3 种 TSP 问题的最优路径图。从表 6 的实验结果可以看出，ISSA

算法与 SSA 算法在求解 TSP 问题时,与其他群体算法相比能在更少的迭代次数与时间内求得最优路径,并且最优解相对更好。体现出求 TSP 问题时的优越性,并且改进后的麻雀搜索算法相对于基本麻雀搜索算法的求解速度更快,路径更短。

图 5 F_5 的收敛曲线图 6 F_6 的收敛曲线

综上所述,麻雀搜索算法在求解 TSP 问题时,与其他群体智能算法相比时间更短,收敛次数更少,因此有更好的优越性,并且改进后的麻雀搜索算法相对于基本麻雀搜索算法的收敛速度更快、路径相对更优,说明了改进的有效性。

5 结论与展望

本文对 2020 年最新提出的麻雀搜索优化算法^[16]的原理、种群位置更新策略、算法流程进行了分析,针对麻雀搜索算法在接近全局最优时,会出现种群多样性减少,容易陷入局部最优,出现早熟现象的缺点,

改进发现者与侦察者的位置更新公式,引入高斯变异策略对全局最优解进行扰动。通过对比实验结果表明,在全局搜索能力与收敛性方面,改进麻雀搜索算法的性能明显优于其他算法,验证了改进的麻雀搜索算法有效性。

表 6 TSP 问题求解实验结果

TSP 实例	算法	最优解	平均值	迭代次数
Burma14	ISSA	30.878 5	30.878 5	50
	SSA	30.878 5	34.020 6	80
	PSO	30.878 5	36.277 0	140
	文献[21]	30.878 5	30.878 5	67
A280	ISSA	2 618.621 6	2 638.621 6	53
	SSA	2 822.232 1	2 921.341 2	80
	PSO	4 487.124 9	4 583.373 8	858
	文献[22]	2979	2 886.4	76
Eil51	ISSA	429.871 8	437.216 7	34
	SSA	442.030 0	451.097 9	70
	PSO	444.807 6	494.712 5	872
	文献[22]	428.871 8	437.216 7	34

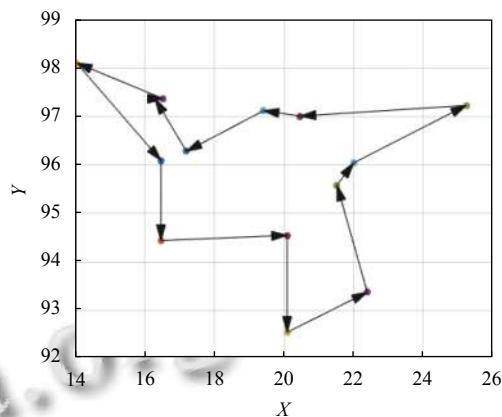


图 7 Burma14 最优路径图

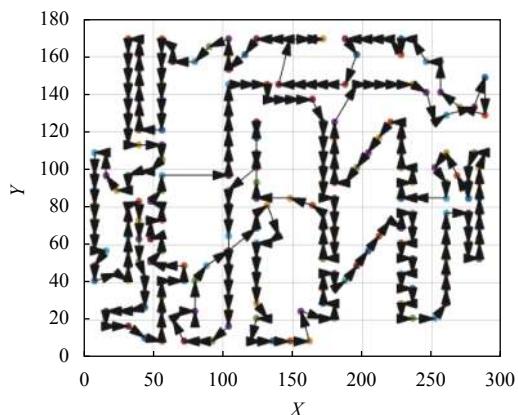


图 8 A280 最优路径图

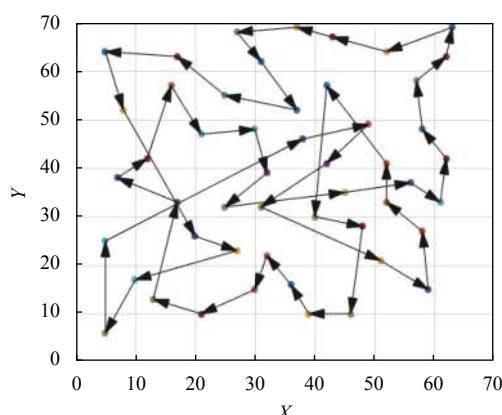


图9 Eil51 最优路径图

在旅行商求解问题中,改进的麻雀搜索算法提供了一种新的优化方法,通过仿真实验可以看出改进麻雀搜索算法对于最优路径算法与其他群体智能优化算法相比更有具优越性。

相信随着麻雀搜索算法的不断发展与改进,麻雀搜索算法将在人工智能领域中的组合优化、计算智能、图像处理、数据挖掘领域将发挥巨大的优势。

参考文献

- 1 黄岚,王康平,周春光,等.粒子群优化算法求解旅行商问题.吉林大学学报(理学版),2003,41(4): 477–480. [doi: [10.3321/j.issn.1671-5489.2003.04.012](https://doi.org/10.3321/j.issn.1671-5489.2003.04.012)]
- 2 朱继生.混合人工蜂群算法求解旅行商问题 [硕士学位论文].南宁:广西大学,2020.
- 3 莫愿斌,刘贺同,王勤.智能优化算法的综述教学研究.科技创新导报,2008,(13): 2–3. [doi: [10.3969/j.issn.1674-098X.2008.13.002](https://doi.org/10.3969/j.issn.1674-098X.2008.13.002)]
- 4 Beni G, Wang J. Swarm intelligence in cellular robotic systems. Proceedings of NATO Advanced Workshop on Robots and Biological Systems. Tuscany: Springer, 1989. 26–30.
- 5 Colorni A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed optimization by ant colonies. Proceedings of the 1st European Conference on Artificial Life. Paris: ECAL, 1991. 134–142.
- 6 Kennedy J, Eberhart R. Particle Swarm Optimization. IEEE, 1995.
- 7 Eusuff MM, Lansey KE. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm. Journal of Water Resources Planning and Management, 2003, 129(3): 210–225.
- 8 Karaboga D, Akay B. A comparative study of artificial bee colony algorithm. Applied Mathematics and Computation, 2009, 214(1): 108–132.
- 9 Yang XS. Nature-inspired Metaheuristic Algorithms. UK: LuniverPres, 2008.
- 10 Mirjalili S, Mirjalili SM, Lewis A. Grey wolf optimizer. Advances in Engineering Software, 2014, 69: 46–61. [doi: [10.1016/j.advengsoft.2013.12.007](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007)]
- 11 Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm. Advances in Engineering Software, 2016, 95: 51–67. [doi: [10.1016/j.advengsoft.2016.01.008](https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.01.008)]
- 12 李雅丽,王淑琴,陈倩茹,等.若干新型群智能优化算法的对比研究.计算机工程与应用,2020,56(22): 1–12. [doi: [10.3778/j.issn.1002-8331.2006-0291](https://doi.org/10.3778/j.issn.1002-8331.2006-0291)]
- 13 Mahi M, Baykan ÖK, Kodaz H. A new hybrid method based on particle swarm optimization, ant colony optimization and 3-opt algorithms for traveling salesman problem. Applied Soft Computing, 2015, 30: 484–490. [doi: [10.1016/j.asoc.2015.01.068](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.01.068)]
- 14 Geng XT, Chen ZH, Yang W, et al. Solving the traveling salesman problem based on an adaptive simulated annealing algorithm with greedy search. Applied Soft Computing, 2011, 11(4): 3680–3689. [doi: [10.1016/j.asoc.2011.01.039](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.01.039)]
- 15 Jolai F, Ghanbari A. Integrating data transformation techniques with Hopfield neural networks for solving travelling salesman problem. Expert Systems with Applications, 2010, 37(7): 5331–5335. [doi: [10.1016/j.eswa.2010.01.002](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.01.002)]
- 16 Xue JK, Shen B. A novel swarm intelligence optimization approach: Sparrow search algorithm. Systems Science & Control Engineering, 2020, 8(1): 22–34.
- 17 吕鑫,慕晓冬,张钧,等.混沌麻雀搜索优化算法.北京航空航天大学学报,2021,47(8): 1712–1720.
- 18 莫愿斌,刘付永,张宇楠.带高斯变异的人工萤火虫优化算法.计算机应用研究,2013,30(1): 121–123. [doi: [10.3969/j.issn.1001-3695.2013.01.029](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-3695.2013.01.029)]
- 19 Flood MM. The traveling-salesman problem. Operations Research, 1956, 4(1): 61–75. [doi: [10.1287/opre.4.1.61](https://doi.org/10.1287/opre.4.1.61)]
- 20 杨启文,阮姗娜,陈俊风,等.群体智能在旅行商问题中的应用综述.自动化技术与应用,2016,35(8): 1–6, 17.
- 21 高珊,孟亮.贪婪随机自适应灰狼优化算法求解TSP问题.现代电子技术,2019,42(14): 46–50, 54.
- 22 周永权,黄正新,刘洪霞.求解TSP问题的离散型萤火虫群优化算法.电子学报,2012,40(6): 1166–1170.