

# 独立分量分析及其应用<sup>①</sup>

## Independent Components Analysis

余淑萍 杨铁军 (河南工业大学 信息科学与工程学院 河南 郑州 450001)

**摘要:** 独立分量分析是近年来兴起的一种高效的信号处理方法。它主要解决的问题是如何从观测到的混合信号中分离或提取出各个源信号。简要介绍了独立分量分析的数学模型、数学原理等基本问题,分析了现有的几种独立分量分析的主要算法,最后介绍了独立分量分析的主要应用领域,并对以后的研究方向进行了展望。

**关键词:** 盲源分离 独立分量分析 高阶统计 信息最大化 互信息最小

在复杂的背景环境中所接收的信号往往是由不同信源产生的多路信号的混合信号。例如,几个麦克风同时收到多个说话者的语音信号;在声纳,阵列及通讯信号处理中,由于耦合使数据相互混叠;多传感器检测的生物电信号中,得到的也是多个未知源信号的混叠。这就需要我们z从收到的混叠信号中分离出原始的信号。也就是所说的“盲源分离(Blind Source Separation, BSS)”问题,盲源分离是指在源信号和传输通道参数未知的情况下,根据输入源信号的统计特性,仅由观测信号恢复出源信号的过程,当源信号各个成分具有独立性时,此过程又称为独立分量分析(Independent Components Analysis, ICA)。

独立分量分析是在20世纪90年代发展起来的一项崭新的信号处理技术。它的含义是把信号分解成若干个互相独立的成分。除了已知源信号是统计独立外,无其他先验信息。独立分量分析使用基于高阶统计特性的分析方法,在很多应用场合中,对高级统计特性的分析更符合实际。

## 1 ICA的基本理论框架

### 1.1 ICA的数学模型

基本的线性瞬时混合ICA模型可以描述为:

$$X=AS+n \quad (1)$$

其中,  $S=[s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$  是未知的  $N$  维源信号向量,

$X=[x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$  是  $M$  维观测信号向量,  $n=[n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$  是  $M$  维加性噪声向量,  $A$  是未知的混合矩阵,观测信号  $X$  是由未知信源  $S$  的瞬时线性组合。

ICA的原理框图如下图1所示:

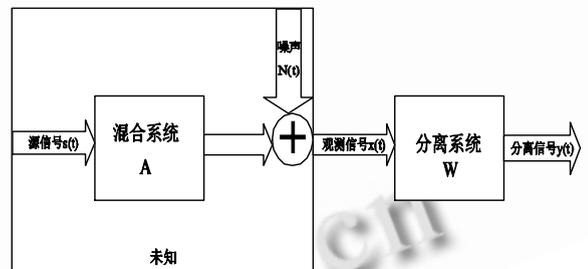


图1 ICA原理框图

ICA的目标就是寻找一个分离矩阵  $W$ , 使  $X$  经过变换后得到的新矢量  $Y=[y_1(t), \dots, y_M(t)]^T$  的各分量尽可能的独立。 $Y=WX$  为待求的分离信号向量,也就是源信号  $S$  的估计值。

### 1.2 ICA的前提假设条件

由于源信号和混合矩阵的先验知识未知,只有观测信号的信息可以利用。若无任何前提条件,盲分离问题就会多解,故需要对源信号和混合矩阵附加一些基本的假设和约束条件:

① 观测信号数目  $M$  不小于源信号数目  $N$ , 为了方便起见,取  $M=N$ , 即混合矩阵  $A$  为满秩;

① 基金项目:河南省教育厅自然科学基金(2007510004);河南省教育厅自然科学研究计划(2008A510003)

收稿时间:2009-01-04

② 源信号  $S$  的各个分量之间相互统计独立；

③ 源信号的各分量最多只允许有一个是高斯分布的，这是因为多个高斯信号的线性混合仍然服从高斯分布，不可分离。

### 1.3 ICA 的不确定性

ICA 或 BSS 问题的解存在两种内在的不确定性：一个是分离信号排列顺序的不确定性，另一个是信号幅度的不确定性。在许多应用背景下，信号的大多数信息都是包含在信号的波形上而不是信号的幅度和排列次序上。另外，虽然事先对源信号了解不多，但在有些情况下，分离出独立的源信号之后可以根据实际进行判别，故 ICA 分离中这两个不确定性是可以接受的。

## 2 ICA 的基本算法

ICA 算法的基本原理就是根据等独立性度量的准则来建立目标函数，使分离出的独立分量最大程度的逼近各个源信号，不同的 ICA 算法研究主要体现在独立性度量准则的选取和目标函数的优化准则的不同上，可以把 ICA 算法描述为：

ICA 算法 = 分理准则 + 优化算法

这两方面构成了 ICA 理论的核心，目标函数决定算法的统计性质，如渐进方差、鲁棒性和一致性；优化算法决定算法的收敛速度和计算的稳定性。

围绕 ICA 问题的解决已经出现了很多算法。1991 年，Jutten 和 Herault 提出基于神经网络算法，采用了结构相对简单的带有反馈结构神经网络，但是这种算法的收敛性不够理想。1994 年，Comon 首次提出了独立分量分析这一名词的概念，他证明了源信号矢量的各个分量相互统计独立，并且各个源信号中服从高斯分布的源不多于一个时，变换矩阵可以分解为一个满秩对角矩阵和一个排列矩阵的积，Comon 的这一工作使盲源分离算法的研究变成了对独立分量分析的对比函数优化算法的研究。也有学者提出了基于非线性 PCA 的算法，在解决特定问题时也很有效。

现有的 ICA 算法主要有以下几个：

### 2.1 最大化(Infomax)

用信息最大化原理进行盲源分离就是最大化输出熵。在信息论中，随机变量熵就是给定观察变量的信息度，对具有概率密度为  $p(y)$  的随机变量  $y$ ，它们的微分熵定义为：

$$H(y) = - \int p(y) \log p(y) dy \quad (2)$$

当  $y$  的各个分量之间相互独立时， $H(y)$  达到最大，故可以用输出熵  $H(y)$  来衡量恢复信号  $y$  各分量之间的独立性。为避免简单的最大化使  $H(y)$  发散至无穷，在实

际算法中，通常是最大化分离信号  $y$  经过非线性结点输出  $r$  的熵。因此，目标函数定义为：

$$\varphi(W) = H(r) = H(g(y)) = H(g(Wx)) \quad (3)$$

### 2.2 互信息最小(Minimum Mutual Information, MMI)

当恢复源信号  $y$  的各分量相互独立时，有  $p(y) = p_{y_1}(y_1) p_{y_2}(y_2) \dots p_{y_n}(y_n)$ ，其中  $p(y)$  为  $y$  的联合概率密度函数， $p_{y_i}(y_i)$  为  $y_i$  分量的边缘概率密度函数。K-L 散度定义如下：

$$I(y) = K-L(y) = \int p(y) \ln \frac{p(y)}{\prod_{i=1}^n p_{y_i}(y_i)} dy \quad (4)$$

可得：

$$I(y) = \sum_{i=1}^n H(y_i) - H(y) \quad (5)$$

$H(y_i)$ ， $H(y)$  分别为边缘熵和联合熵。当且仅当  $y$  的各分量统计独立的时候互信息  $I(y)$  为零。即互信息越小，各分量之间的独立性越强。基于最小输出互信息的目标函数为：

$$\varphi(W) = I(y) = \sum_{i=1}^n H(y_i) - H(x) - \log |\det W| \quad (6)$$

### 2.3 最大似然估计准则(Maximum Likelihood Estimation)

最大似然估计用已获得观测样本  $x$  来估计样本真实概率密度  $p(x)$ ，给定参数  $\theta$ ，通过某种准则获得估计密度  $\hat{p}(x, \theta)$  充分逼近真实密度  $p(x)$ 。以 K-L 散度作为优化准则来测度估计的概率密度  $\hat{p}(x, \theta)$  与真实概率密度  $p(x)$  之间的距离。这一准则可用对数形式的似然函数表示：

$$\varphi(W, \theta) = \sum_{i=1}^n \log p_i(W_i^T x; \theta_i) + \log |\det W| \quad (7)$$

其中  $p_i$  为未知独立分量  $s_i$  的概率密度。

## 3 ICA 技术的应用

ICA 作为信息处理领域热门课题之一，在通信，阵列信号处理，生物医学信号处理，语音信号处理，信号分析及过程控制的信号除噪和特征提取等领域有着广泛的应用。

### ① 生物医学领域

在生物医学领域，ICA 可以应用于心电图和脑电图的信号分离、听觉信号分析、功能磁共振图像分析等。比如利用 ICA 算法抽取脑电信号和线性分解脑电

信号的人为因素如噪声、眨眼和心电噪声等成分;研究功能磁共振图像数据的任务相关的人脑活动;处理孕妇身上测到的心电信号,通过使用ICA分离方法,可以将孕妇和胎儿各自的心电信号分离开来,从而为诊断提供准确的数据。

#### ② 阵列信号处理领域

在阵列信号处理中,传感器从各个信号源处接收到信号,而源信号完全未知。例如在海洋声纳探测中就存在这种情况,而且信号的传输介质也是未知的并且是时变的。在军事领域,随着现代电子侦查技术的发展,传统的主动雷达为了探测目标必须要发出电波信号,很容易暴露自己而受到攻击,所以受到很大限制。而利用ICA的原理发展的被动“雷达”,只接收信号而不发出任何信号就可以探测到目标,已得到广泛重视。我国近年来对隐形飞机探测研究所取得的成就也正是将盲信号处理领域的最新研究成果应用于上述这类被动雷达的一个具体的例子。

#### ③ 声信号处理领域

在语音处理领域,最典型的的就是声控计算机。在实际使用中,计算机所接收到的语音指令都是有各种环境噪声,还可能混有其他语音信号,而且这些信号源与接收器的相对位置也是未知的,计算机要识别出正确的语音命令。此外,在移动通信中,ICA能有效的消除噪声、抑制干扰、增强语音、提高通信质量;在工业领域,根据机械运动时发出一种固有的信号,携带机械本身的结构信息和运动状态信息,通过对信号进行分析,对设备的运动状态及故障进行在线检测和预报。

#### ④ 图像处理领域

在图像处理方面,ICA可以用于二维数据,如图像处理、图像特征提取、图像增强、人脸检测和识别、卫星遥感图像的恢复重建分类等。主要任务是从被污染的图像中恢复出原本的面目。比如相机抖动、镜头变形等都可以造成图像的污染。到目前为止,ICA已经在图像处理领域取得了很大的成功。

ICA在其他诸如地球物理信号处理、回波抵消、数据挖掘等方面的应用也方兴未艾,还有人成功的将它用于脸部特征识别和嘴唇运动的阅读等任务中。实际上,ICA的应用远远不局限于这几个方面,甚至已经超越了信号处理的范畴,例如财政金融领域中的运算、半导体生产过程中某些关键过程参数状态的确定等。

## 4 ICA技术的发展趋势

虽然ICA技术近年来已获得了很大的发展,但仍有许多问题有待进一步的研究和解决。

① 在噪声环境下的盲源分离是一个待解决的问题。盲信号处理中的未知条件太多,混合信号中含有噪声情况下的盲源分离问题非常困难。尽管目前已有有一些算法对存在噪声在情况下表现出了良好的性能,但是由于噪声的种类繁多,例如非高斯,有色,乘性,加性,脉冲等噪声,因此需要的处理方法依旧非常复杂。未来把算法推广到一般的噪声混合模型是有待研究的问题之一。

② 欠定ICA问题。大多数研究都是假设传感器数大于源信号数目的情况,而反过来的求解问题是比较困难的,在脑电图处理中就存在这种情况,这都是亟待解决的问题。

③ 全局收敛性问题。由于语音信号分离是一个时空域上的问题,因此存在着空间上的盲分离和时域上的反卷积双重任务,使得算法容易陷入局部最小值,导致算法性能下降。

④ 混合系统是时变的。当信源是运动状态的时候,系统就是一个时变系统。目前的算法都是针对非时变系统设计的,要得到实用的盲分离算法,必须设计出能够跟踪时变的自适应算法。

## 5 结语

目前,独立分量分析已经在众多领域中得到了应用,并显示出独特的优势,展现出诱人的发展前景,值得我们对其理论和算法都进行进一步的研究和完善。很多高校和组织都在不断的改进算法,将理论上的突破和实际应用相结合,以更好的解决实际应用中的各种问题。

### 参考文献

- 1 王再富,邢国际.应用独立分量分析的多用户检测方法.杭州电子科技大学学报,2007,27(2):25-28.
- 2 焦李成,慕彩虹,王伶俐.通信中的智能信号处理.北京:电子工业出版社,2006:87-89.
- 3 王毅,牛奕龙,陈海洋.独立分量分析的基本问题与研究进展.计算机工程与应用,2005,27:38-42.
- 4 范嘉乐,方勇.DS-CDMA通信系统中基于独立分量分析的盲多用户检测.信号处理,2004,8(2):416-419.
- 5 张贤达,保铮.通信信号处理.北京:国防工业出版社,2000:460-462.