

# 基于压缩感知的信号时频表示重构<sup>①</sup>

李秀梅, 吕 军

(杭州师范大学 信息科学与工程学院, 杭州 311121)

**摘 要:** 传统的时频分析方法受限于 Nyquist 采样定理, 信息量的增加提高了对采样速率、传输速度和存储空间的要求; 同时, 双线性魏格纳-维尔分布处理多分量信号时会产生交叉项, 常用的核函数法在抑制交叉项时降低了信号的时频聚集性. 该文将压缩感知与时频分析方法相结合, 在时频分析中突破采样定理的限制, 抑制交叉项的同时获得较高的时频聚集性. 针对单分量信号、多分量信号、蝙蝠声音信号, 利用不同的窗函数如矩形窗或高斯窗, 得出仿真结果, 验证了基于压缩感知的信号时频表示重构优于传统的基于傅里叶变换进行重构的方法. 并利用最小均方误差 MSE 和时频聚集度 CM 作为衡量参数, 分析了不同样本空间与所重构信号时频表示性能之间的关系.

**关键词:** 压缩感知; 时频分析; 模糊函数; 时频表示; 重建

## Time-Frequency Representation and Reconstruction Based on Compressive Sensing

LI Xiu-Mei, LV Jun

(School of Information Science and Engineering, Hangzhou Normal University, Hangzhou 311121, China)

**Abstract:** Traditional time-frequency analysis is restricted by the Nyquist sampling theorem. As the amount of information increases, higher requirements are needed in sampling rate, transmission velocity, and storage space. Moreover, bilinear Wigner-Ville distribution is suffered from cross terms when processing multi-component signals. Using the kernel function based methods to suppress cross terms can decrease time-frequency concentration. In this paper, compressive sensing is combined with time-frequency analysis to solve the above problems. Under the framework of compressive sensing based time-frequency analysis, the restriction of Nyquist sampling theorem can be lessened, and the Wigner-Ville distribution can achieve suppressed cross terms with high time-frequency concentration. Simulations are provided for mono-component signal, multi-component signal, and bat sound signal, based on different window functions such as the rectangular window or the Gaussian window, to verify that the compressive sensing based time-frequency representation reconstruction is superior to the traditional reconstruction method. Moreover, we analyze the relationship between different sample regions and the performance of the reconstructed time-frequency representations, in terms of the mean-square-error (MSE) and time-frequency concentration measurement (CM).

**Key words:** compressive sensing; time-frequency analysis; ambiguity function; time-frequency representation reconstruction

时频分析方法是处理时变信号的重要工具, 准确描述了信号频率随时间变化的关系<sup>[1-3]</sup>. 魏格纳-维尔分布(Wigner-Ville distribution, 简称 WVD)是时频分析方法中重要的双线性时频分析方法, 但它在处理多分量信号或非线性调频信号时会受到交叉项的干扰. 目前

前利用平滑伪 WVD、Choi-Williams 变换等核函数方法抑制 WVD 交叉项干扰, 是以削弱信号的时频聚集性为代价的<sup>[1-3]</sup>.

此外, 传统时频分析计算时, 假设信号已按照采样定理进行了采样. 随着人们对信息需求量的增加, 携带

① 基金项目: 国家自然科学基金(61571174); 浙江省自然科学基金(LY15F010010); 浙江省信号处理重点实验室开放项目(ZJKL\_4\_SP-OP2013-02)

收稿时间: 2015-11-21; 收到修改稿时间: 2015-12-20 [doi:10.15888/j.cnki.csa.005239]

信息的信号带宽越来越宽,以此为基础的信号处理框架对采样速率、传输速度和存储空间的要求也越来越高,利用时频分析方法进行信号处理的困难日益加剧。

压缩感知(compressive sensing, 简称 CS)<sup>[4-8]</sup>提供了一种新的信号采集和处理方法,当满足一定条件时,压缩感知可以以远小于采样定理要求的采样数,只采集信号中的少部分样本,就能通过重构算法重构原始信号。本文将压缩感知与时频分析方法相结合,将在时频分析中突破采样定理的限制,通过选择合适的采样样本,利用较少的采样样本重构信号时频表示,并获得较高的时频聚集性和较好的交叉项抑制,从而有效解决上述的两个问题。

本文结构如下:论文第 2 部分对压缩感知做了简要介绍,第 3 部分介绍了基于压缩感知的信号时频表示重建方法,第 4 部分基于压缩感知对单分量信号和多分量信号进行信号时频表示重建仿真,第 5 部分对论文进行了总结。

## 1 压缩感知简介

Candes、Donoho 和 Tao 在稀疏表示和优化理论的基础上,于 2006 年正式提出了压缩感知的概念<sup>[4-7]</sup>。不同于传统的 Nyquist 采样定理,在压缩感知的理论框架下,采样速率不再取决于信号的带宽,而是取决于信息在信号中的结构和内容。压缩感知突破了 Nyquist 采样定理的限制,对应用科学和工程等诸多领域具有重要的影响和实践意义。压缩感知理论一经提出,就在信息论、图像处理、生物医学、雷达等领域受到国内外研究者的高度关注<sup>[9-15]</sup>,并被美国科技评论评为 2007 年度十大科技进展之一。

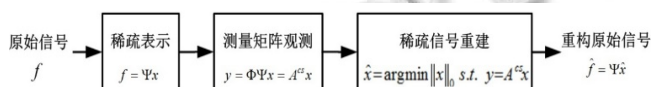


图 1 压缩感知的框架

压缩感知主要包括信号的稀疏表示、测量矩阵设计和重构算法三个部分<sup>[4-7]</sup>,如图 1 所示。(1)首先,将  $N \times 1$  维信号  $f$  投影到正交变换基  $\Psi \in R^{N \times N}$ ,即  $f = \Psi x$ ,其中  $x$  为信号  $f$  在正交变换基  $\Psi$  下的稀疏表示。常用正交变换基有快速傅里叶变换基、离散余弦变换基、离散小波变换基等。对在某个正交基上不稀疏的信号,则由多个正交变换基构成正交基字典<sup>[16]</sup>,或对信号在冗余字典下进行稀疏表示<sup>[17]</sup>;(2)然后,以

满足约束等距性(restricted isometry property, 简称 RIP)条件或满足测量矩阵和变换基不相关为准则<sup>[18]</sup>,构建一个与变换基  $\Psi$  不相关的  $M \times N$  维(其中  $M \ll N$ )的测量矩阵  $\Phi$ ,获得原始信号的  $M \times 1$  维的线性投影测量  $y = \Phi \Psi x = A^{cs} x$ ,其中  $A^{cs} = \Phi \Psi$  为 CS 信息算子。常用的测量矩阵包括随机性测量矩阵如随机高斯矩阵、随机贝努利矩阵等<sup>[4-6]</sup>,和确定性测量矩阵如 Hadamard 矩阵<sup>[7]</sup>、轮换矩阵<sup>[19]</sup>等;(3)最后,利用重构算法求解最小  $L_0$  范数优化问题  $y = \arg \min_x \|x\|_0 \text{ s.t. } y = A^{cs} x$ ,得到稀疏信号  $x$  的精确或近似重构  $\hat{x}$ ,进而重构原始信号。最小  $L_0$  范数优化问题的求解方法主要包括凸松弛法如基追踪算法<sup>[20]</sup>、梯度投影方法<sup>[21]</sup>等,和贪婪追踪算法如匹配追踪算法<sup>[22]</sup>、正交匹配追踪算法<sup>[23]</sup>,以及稀疏贝叶斯方法<sup>[24]</sup>等。

## 2 基于压缩感知的信号时频表示重建

在时频域中,信号的能量集中在其信号分量瞬时频率的轨迹曲线上,假设所分析的信号在时域上长度为  $N$ ,则通过  $N$  点的频率数(frequency bin)计算后,其时频表示为  $N \times N$  的矩阵数组。假设信号中包括的信号分量数为  $K$ ,信号大都满足  $K \ll N$ ,即信号分量数远小于信号的维数。因此信号在时频域中的能量集中在这  $K$  个信号分量瞬时频率的轨迹曲线上,即只有  $K \times N$  个数值是非零的,满足稀疏性的特点,为压缩感知与时频分析的结合提供了前提<sup>[25]</sup>。

信号的 WVD 分布表达式为:

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad (1)$$

信号的模糊函数(ambiguity function, 简称 AF)表达式为

$$A_x(\theta, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \frac{\tau}{2}) x^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{j2\pi \theta \tau} d\tau \quad (2)$$

模糊函数与 WVD 分布之间为二维傅里叶变换关系,即

$$A_x(\theta, \tau) = F^{-1}\{W_x(t, f)\} \quad (3)$$

当信号变换到模糊域后,自项部分集中在模糊域的中心位置,交叉项部分则偏离中心位置,并且中心位置附近的自项包含了信号的信息,而交叉项对应的就是 WVD 在时频域上交叉项的傅里叶变换。E. Candes 等证明,当信号满足稀疏性时,可以通过选取信号傅里叶变换域的少量样本来重构信号,并且该样本选取方式能够保证测量矩阵与变换基矩阵的乘积满足约束等距性 RIP 条件<sup>[5]</sup>。由于模糊函数与 WVD 时频

分布互为傅里叶变换对,通过选取模糊域中心位置的少量自项样本区间,就可以利用重构算法实现时频表示的重构<sup>[25]</sup>。并且,由于避免了远离中心位置的交叉项样本,重构的时频表示在保持较高时频聚集性的同时,还抑制了交叉项的干扰。

首先采用窗函数 $\Phi$ 从 AF 域的中心区域选取样本区间 $A_x$ ,即

$$A'_x(\theta, \tau) = \Phi A_x(\theta, \tau) = \Phi F^{-1}\{W_x(t, f)\} = \Theta(W_x(t, f)) \quad (4)$$

其中 $\Theta$ 对应为信号时频域的信息算子。

假设信号的观测模型为,

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (5)$$

其中 $s(t)$ 为时变信号; $n(t)$ 为均值为零的高斯白噪声。

将此式代入式(2),得到含噪信号的模糊函数为:

$$\begin{aligned} A_x(\theta, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) + n\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right] \\ &\quad \cdot \left[ s\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + n\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j2\pi\theta t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ s\left(t + \frac{\tau}{2}\right)s\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + s\left(t + \frac{\tau}{2}\right)n\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j2\pi\theta t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ s\left(t - \frac{\tau}{2}\right)n\left(t + \frac{\tau}{2}\right) + n\left(t + \frac{\tau}{2}\right)n\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{j2\pi\theta t} dt \end{aligned} \quad (6)$$

假设信号与噪声是独立的,根据大数定律,含噪信号的模糊函数仍然符合复高斯分布,其均值可以表示为,

$$E[A_x(\theta, \tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} E\left[s\left(t + \frac{\tau}{2}\right)s\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right] e^{j2\pi\theta t} dt \quad (7)$$

假设模糊函数的方差为 $\alpha$ ,加窗后的模糊函数的似然概率密度因此可以表示为:

$$\begin{aligned} p[\Phi A_x(\theta, \tau) | W_x(t, f)] &= CN(\Phi F^{-1}\{W_x(t, f)\}, \alpha) \\ &= CN(\Theta W_x(t, f), \alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, CN 表示复正态分布(complex normal distribution)。在此问题中,假设信号的 WVD 分布 $W_x(t, f)$ 是具有稀疏先验知识的,符合具有稀疏性的 Laplace 分布,

$$p[W_x(t, f)] = \frac{1}{2\eta} \exp\left(-\frac{\|W_x(t, f)\|_1}{\eta}\right) \quad (9)$$

根据上面两式,求解稀疏系数 $W_x(t, f)$ 的最大后验概率估计(Maximum a posterior),可以得到,

$$\hat{W}_x(t, f) = \arg \max_p [\Phi A_x(\theta, \tau) | W_x(t, f)] p[W_x(t, f)] \quad (10)$$

利用 AF 域的中心区域选取的样本区间重建信号的时频表示,即从 $A'_x(\theta, \tau)$ 中重建 WVD 分布 $W_x(t, f)$ 。我们采用 $L_1$ 范数优化的方法,即非线性共轭梯度法(nonlinear conjugate gradient method)来求解如下方程:

$$\min \|A'_x(\theta, \tau) - \Theta(W_x(t, f))\|_2 + \lambda \|W_x(t, f)\|_1 \quad (11)$$

其中 $\lambda$ 为正则化参数; $\lambda$ 越大则求解得到的时频表示系数越稀疏,反之亦然。根据推导我们可知, $\lambda$ 是由 Laplace 分布参数 $\eta$ 和高斯分布方差 $\alpha$ 来决定的。

### 3 基于压缩感知的信号时频表示重建仿真

该部分将利用窗函数选取 AF 域中心区域的样本,然后利用压缩感知中的非线性共轭梯度算法实现信号 TFR 重构。为了衡量信号时频表示重构的性能,采用瞬时频率估计的最小均方误差 MSE 和时频聚集度 CM 为指标。

瞬时频率是时频分析中的重要参数,准确反映了信号频率随时间的变化。瞬时频率估计的最小均方误差 MSE 定义为<sup>[1,2]</sup>:

$$MSE = \int [\omega(t) - \hat{\omega}(t)]^2 \quad (12)$$

其中 $\omega(t)$ 为信号的理想瞬时频率;而 $\hat{\omega}(t)$ 是利用时频分布的最大值得到的瞬时频率估计值,即

$$\hat{\omega}(t) = \arg \max_{\omega} TFR(t, \omega) \quad (13)$$

为了衡量信号能量集中到瞬时频率的程度,我们利用时频聚集度对其进行度量。时频分析方法的聚集度 CM 定义为<sup>[26]</sup>:

$$CM = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |TFR(t, \omega)|^4 d\omega dt}{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |TFR(t, \omega)|^2 d\omega dt \right)^2} \quad (14)$$

3.1 针对单分量信号的重构,以单分量正弦线性调频信号为例:

单分量信号(信号长度为 256 点)的理想时频分布如图 2(a)所示,其 WVD 表示如图 2(b)所示。由于该单分量信号的非线性特点, WVD 中存在严重的交叉项干扰,阻碍了对信号的正确表示和分析。在利用压缩感知实现信号 TFR 重构时,首先计算信号的模糊函数 AF,如图 2(c)所示,其中信号的自项部分集中在模糊域的中心位置,交叉项则远离中心位置;其次,通过矩形窗函数,选取模糊域中心位置的样本区间,图 2 (d)-(f)对应模糊域不同的样本区间,窗口宽度为 2M+1,其中 (d)对应窗参数 M=5, (e)对应窗参数 M=13, (f)对应窗参数 M=27;最后,利用重构算法重建信号的时频表示。当对(d)-(f)中的样本区间直接进行傅里叶变换时,得到的信号时频表示具有较低的时频聚集性,如(g)-(i)所示。而对(d)-(f)中的样本区间基于压缩感知则可实现较高时频聚集性的信号 TFR 重构, (j)-(l)所示。

并且从图 2 中可以看出重构结果的时频聚集性及交叉项抑制与样本区间之间存在一定的关系. 随着选取样本的增加, 信号的时频聚集性越来越高, 但同时交叉项抑制也会变差. 原因在于, 当选取中心区域的样本区间增大时, 则不但选取了信号的自项部分, 还可能会选取信号交叉项的部分样本, 从而导致交叉项抑制也会变差.

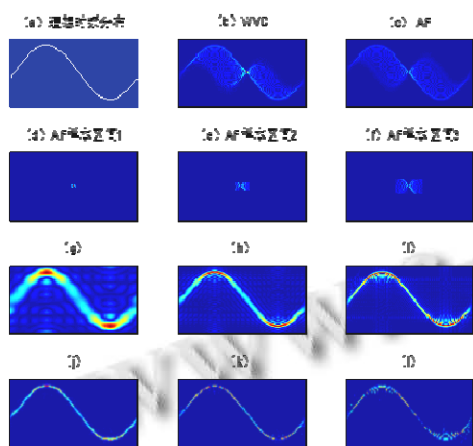


图 2 利用矩形窗选择模糊域的不同样本空间, 重构单分量信号的时频表示. 其中(d)对应的矩形窗参数为  $M=5$ , (e)对应大小为矩形窗参数为  $M=13$ , (f)对应的矩形窗参数为  $M=27$ , (g)-(i) 为对(d)-(f)中的样本区间直接进行傅里叶变换得到的信号时频表示重构, (j)-(l)为对(d)-(f)中的样本区间基于压缩感知得到的信号时频表示重构.

窗函数与瞬时频率估计最小均方误差 MSE 之间的关系如图 3 所示. 可见, 当窗参数  $M$  取在 5-21 之间时, 利用 CS 重构的信号时频表示所对应的 IF 估计误差均小于 WVD, 而直接利用 FFT 进行信号时频表示所对应的 IF 估计误差在  $M=15$  时取到最小值, 然后一直增加直到 WVD 所对应的 MSE. 结合图 1, 我们可以看出, 直接利用 FFT 所得到的信号时频表示, 时频聚集度较差, 但仍聚集在 IF 所在区域, 因此其 MSE 较小. 窗函数与重建信号时频表示的聚集度之间的关系如图 4 所示. 可见, 对应不同的窗参数, 利用 CS 所重构的信号时频表示的聚集度均高于 WVD 和利用 FFT 重构的信号时频表示的聚集度, 当  $M=15$  时, CS 所重构的信号时频表示的聚集度达到最高值. 因此, 当窗参数  $M$  取在 5-21 之间时, 即窗口宽度  $2M+1$  取信号长度的

4%-16%时, 利用 CS 重构信号的时频表示可以取得较小的 IF 估计误差和较高的时频聚集度, 同时能保证较好的交叉项抑制. 虽然窗口宽度  $2M+1$  取信号长度的 4%-16%这一结论是通过特例得出, 但也适用于一般情况, 如图 5-图 7 所示, 当针对不同信号时也可以获得较好的信号时频表示重构.

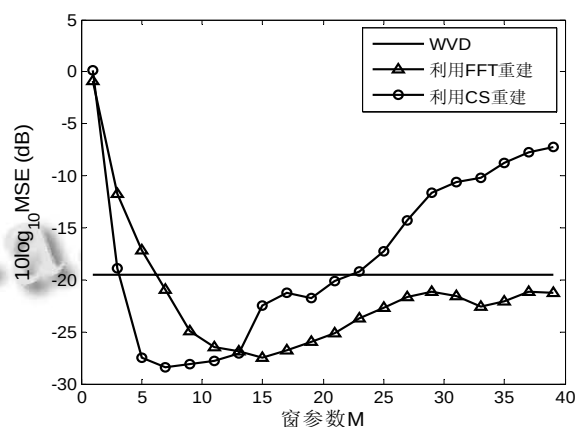


图 3 单分量信号时频表示重构的瞬时频率估计 MSE 比较

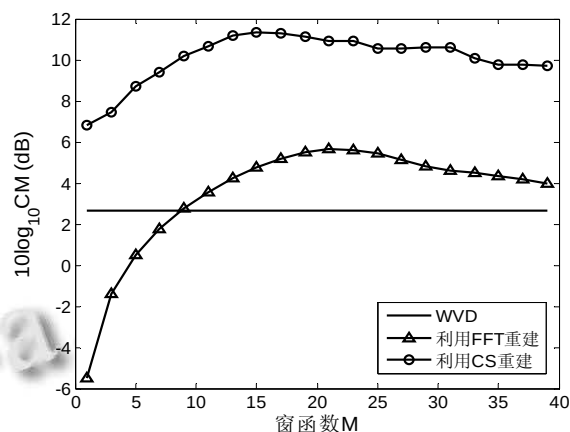


图 4 单分量信号时频表示重构的时频聚集度 CM 比较

### 3.2 多分量信号的重建

同样, 利用 CS 重构信号的时频表示也可以应用于多分量信号, 如图 5 所示, 利用 CS 重构信号的时频表示可以获得较好的时频聚集度及交叉项抑制.

除了利用矩形窗来选择不同的 AF 样本区间外, 也可以采用高斯窗函数来选取信号自项样本, 高斯窗函数的表达式为  $\exp\left(-\frac{4\pi^2\tau^2}{\sigma_\tau^2}\right)\exp\left(-\frac{4\pi^2f^2}{\sigma_f^2}\right)$ , 其中  $\sigma_\tau$  和  $\sigma_f$  是在 AF 域的时间轴方向和 Doppler 轴方向控制窗函数宽度的参数.  $\sigma_\tau$  和  $\sigma_f$  越大, 窗函数就越宽. 图



6 为利用高斯窗函数选取不同的 AF 样本区间所重构的信号时频表示. 针对多分量信号, AF 样本区间和所重构的信号时频表示之间的关系与针对单分量信号时的关系类似.

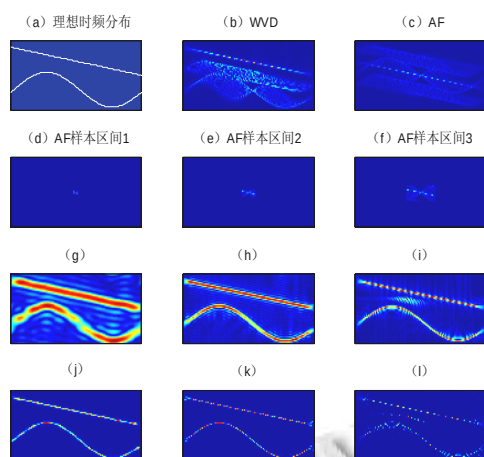


图5 利用矩形窗选择模糊域的不同样本空间, 重构多分量信号的时频表示. 其中(d)对应的矩形窗参数为  $M=5$ , (e)对应大小为矩形窗参数为  $M=13$ , (f)对应的矩形窗参数为  $M=27$ , 窗口宽度为  $2M+1$ , (g)-(i) 为对 (d)-(f) 中的样本区间直接进行傅里叶变换得到的信号时频表示重构, (j)-(l) 为对 (d)-(f) 中的样本区间基于压缩感知得到的信号时频表示重构.

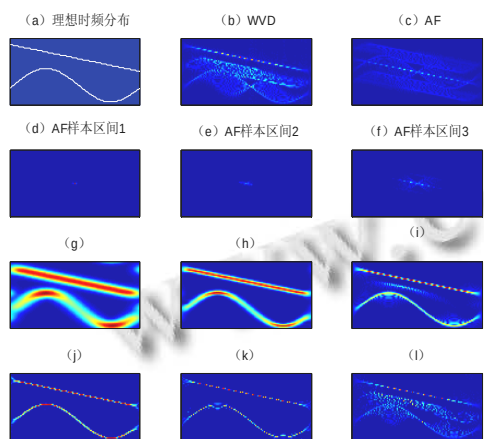


图6 利用高斯窗选择模糊域的不同样本空间, 重构多分量信号的时频表示. 其中(d)对应的高斯窗参数为  $\sigma_r=0.01$ ,  $\sigma_v=10^3$ , (e) 对应的高斯窗参数为  $\sigma_r=0.05$ ,  $\sigma_v=5 \times 10^3$ , (f) 对应的高斯窗参数为  $\sigma_r=0.05$ ,  $\sigma_v=5 \times 10^4$ , (g)-(i) 为对 (d)-(f) 中的样本区间直接进行傅里叶变换得到的信号时频表示, (j)-(l) 为对

(d)-(f) 中的样本区间基于压缩感知得到的信号时频表示.

### 3.3 针对蝙蝠声音信号的仿真

针对蝙蝠的声音信号, 利用 WVD 得到的时频分布具有较多的交叉项干扰. 从蝙蝠声音信号的 AF 域中选取少量的样本, 基于压缩感知进行时频表示重建, 则可以获得具有较好的交叉项抑制、较高的时频聚集度的蝙蝠声音的时频表示, 如图 7 所示. 针对蝙蝠声音信号, 也可以利用高斯窗函数选取其 AF 域的样本空间, 再基于压缩感知进行重建. 篇幅所限, 这里不再给出图.

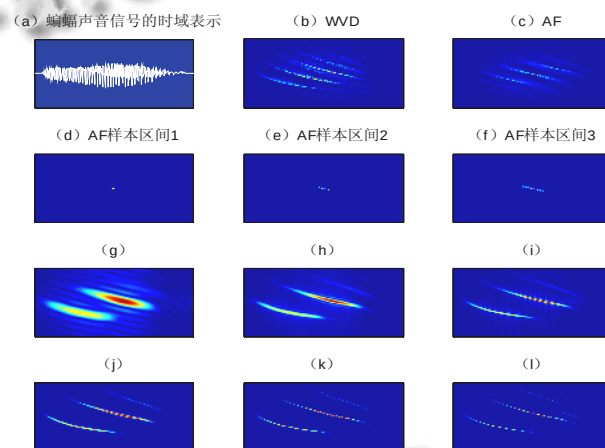


图7 基于压缩感知重构蝙蝠声音信号的时频表示. 其中(d)对应的矩形窗参数为  $M=5$ , (e)对应大小为矩形窗参数为  $M=13$ , (f)对应的矩形窗参数为  $M=27$ , 窗口宽度为  $2M+1$ , (g)-(i) 为对 (d)-(f) 中的样本区间直接进行傅里叶变换得到的信号时频表示重构, (j)-(l) 为对 (d)-(f) 中的样本区间基于压缩感知得到的信号时频表示重构.

## 4 结论

本文基于压缩感知进行信号的时频表示重构, 以最小均方误差 MSE 和时频聚集度 CM 作为衡量参数, 分析了不同样本空间与所重构信号时频表示性能之间的关系, 得出了合适的样本区间, 以保证获得具有较高时频聚集性、较低瞬时频率估计的最小均方误差、较好的交叉项抑制. 仿真结果验证了基于压缩感知的信号时频表示重构的优越性.

## 参考文献

- 1 Cohen L. Time-Frequency Analysis. NJ: Prentice-Hall, 1995.
- 2 Qian S, Chen D. Joint Time-Frequency Analysis: Methods and Applications. NJ: Prentice-Hall, 1996.
- 3 张贤达.现代信号处理.北京:清华大学出版社,2002.
- 4 Candes E, Tao T. Near optimal signal recovery from random projections and universal encoding strategies. IEEE Trans. on Information Theory, 2006, 52 (12): 5406-5425.
- 5 Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. IEEE Trans. on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- 6 Donoho D. Compressed sensing. IEEE Trans. on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- 7 Tsaig Y, Donoho D. Extensions of compressed sensing. Signal Processing, 2006, 86(3): 549-571.
- 8 Li X, Bi G. Time-frequency representation reconstruction of the chirp signal based on the compressive sensing. The 9th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA 2014). 2014.
- 9 Herman M, Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing. IEEE Trans. on Signal Processing, 2009, 57(6): 2275-2284.
- 10 Rossi M, Haimovich A, Eldar Y. Spatial compressive sensing for MIMO Radar. IEEE Trans. on Signal Processing, 2014, 62(2): 419-430.
- 11 戴琼海,付长军,季向阳.压缩感知研究.计算机学报,2011, 34(3):425-434.
- 12 李树涛,魏丹.压缩传感综述.自动化学报,2009,35(11): 1369-1377.
- 13 石光明,刘丹华,高大化,刘哲,林杰,王良君.压缩感知理论及其研究进展.电子学报,2009,37(5):1070-1081.
- 14 王蓉芳,焦李成,刘芳,杨淑媛.利用纹理信息的图像分块自适应压缩感知.电子学报,2013,41(8):1506-1514.
- 15 练秋生,张红卫,陈书贞.基于图像块整体稀疏性与流形投影的压缩成像.电子学报,2013,41(5):905-911.
- 16 Peyre G. Best basis compressed sensing. IEEE Trans. on Signal Processing, 2010, 58(5): 2613-2622.
- 17 Rauhut H, Schass K, Vandergheynst P. Compressed sensing and redundant dictionaries. IEEE Trans. on Information Theory, 2008, 54 (5): 2210-2219.
- 18 Candes E. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing. Comptes Rendus Mathematique, 2008, 346(9): 589-592.
- 19 Applebaum L, Howard S, Searle S. Chirp sensing codes: Deterministic compressed sensing measurements for fast recovery. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(2): 283-290.
- 20 Chen S, Donoho D, Saund M. Atomic decomposition by basis pursuit. SIAM Journal on Scientific Computing, 2001, 43(1): 129-159.
- 21 Figueiredo M, Nowak R, Wright S. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 586-597.
- 22 Tropp J. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation. IEEE Trans. on Information Theory, 2004, 50(10): 2231-2242.
- 23 Tropp J, Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. IEEE Trans. on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- 24 Ji S, Xue Y, Carin L. Bayesian compressive sensing. IEEE Trans. on Signal Processing, 2008, 56(6): 2346-2356.
- 25 Flandrin P, Borgnat P. Time-frequency energy distributions meet compressed sensing. IEEE Trans. on Signal Processing, 2010, 58(6): 2974-2982.
- 26 Orovic I, Orlandic M, Stankovic S, Uskokovic Z. A virtual instrument for time-frequency analysis of signals with highly nonstationary instantaneous frequency. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(3): 791-803.