

模糊需求车辆路径问题的模型与算法^①

Model and Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Fuzzy Demand

谢小良^{1,2} 符卓¹ 杨芳¹

(1.中南大学 交通运输学院 湖南 长沙 410083; 2.湖南商学院 信息学院 湖南 长沙 410075)

摘要: 建立了具有模糊特征的模糊车辆路径问题的数学模型,提出了求解该模型的一种基于模糊模拟的新禁忌搜索算法。这种模型与算法,将传统确定性车辆路径问题扩展为具有模糊特征的模糊车辆路径问题。通过先聚类后排序的方法,将问题分解成一个指派问题和一个 TSP 问题。在聚类过程中,既考虑到了车辆容量和决策者的偏好,又充分利用了已知的需求信息。实验表明,这种模型与算法是解决物流配送中模糊需求车辆路径问题的一个较好方案。

关键词: 车辆路径问题 模糊需求 数学模型 禁忌搜索算法 主观偏好

车辆路径问题(Vehicle Routing Problem, VRP)作为物流配送领域的一个重要内容,一直是运筹学与组合优化领域的前沿与热点问题,属于强 NP 问题。

1 引言

1959年 Dantzig 和 Ramser 发表了关于 VRP 的第一篇研究论文以来,先后涌现出了一大批解决 VRP 的精确算法以及启发式、亚启发式算法^[1]。如分枝定界法^[2]、动态规划法^[3]、sweeping 算法^[4]、禁忌搜索(Tabu Search, TS)算法^[1]、遗传算法(Genetic Algorithms, GA)^[1]等等。对这类问题的研究,绝大多数是建立在确定性条件基础之上的,其算法几乎都是用来求解确定性条件下的车辆路径问题。然而,在实际问题中,车辆路径问题的一个或多个参数可能是模糊的、不确定的,但目前对这类问题的研究甚少,且少数的不确定研究,又多集中在可通过对长期记录下来的统计资料的分析,能找出其统计规律性的随机车辆路径问题 Stochastic Vehicle Routing Problem, SVRP 上,而对于既没有确切数据又找不出其统计规律性的模糊车辆路径问题(Fuzzy Vehicle Routing Problem, FVRP)的研究更少。

FVRP 中一类模糊需求车辆路径问题(Vehicle Routing Problem with Fuzzy Demands, VRPFD),它是由一个服务中心(Depot)里具有容量为 C 的车辆,向 n 个具有模糊需求的客户群服务,服务客户的数量及坐标固定,要确定决策者派出的车辆数和车辆行驶路线。此问题是随机需求车辆路径问题(Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands, VRPSD)的延续研究^[5,6]。

Perincherry 和 Kicnchi^[5]假设转载转乘问题中的供应量和需求量是模糊的,引入模糊线性规划原则处理模糊信息。D. Teodorovic 和 Pavkovic 运用 Gillett 和 Miller 提出的 sweeping 算法^[5], Lucic 提出蜂群系统和模糊逻辑,解决具有模糊顾客需求的车辆路径问题^[6]。张建勇、李军采用 sweeping 算法、混合遗传算法和修正的 C-W 节约法等启发式算法研究了相关 FVRP 问题^[5]。本文采用“先聚类后排序(cluster-first, route-second)”的方法,将问题分解成一个指派问题和一个 TSP 问题。在聚类过程中,下一节点是否聚类到当前路径,既考虑到了当前车辆可容纳的负荷和决策者的偏好,又充分利用了已知的需求信息,综合考虑下一节点的需求而建立了相应的

^① 基金项目:国家自然科学基金(70671108);湖南省教育厅科学研究(08C470);湖南省科技厅基础研究(08YBB198, 2008FJ314)

收稿时间:2009-03-01

VRPFD 优化模型。在算法上综合各种改进禁忌搜索算法的思路,提出了一种用于求解 VRPFD 的新禁忌搜索算法,并通过随机模拟方法,验证了模型与算法的有效性。

2 问题描述与模型的建立

定义 1. 设 A 为实数论域 R 上的一个模糊集,且对于任意 $0 \leq \lambda \leq 1$, 其截集 A_λ 是 R 中的一个有限闭区间,则称 A 为 R 上的一个模糊数。

由于顾客的需求信息与数据往往难以用精确的数字给出,而只是给出一定的范围,为了表述和处理这些模糊信息,引入

定义 2. 设 R 为论域 R 上的一个模糊集合 A 由 R 上的一个实值函数

$$R \rightarrow [0,1]$$

$$\mu_A: r \mapsto \mu_A(r)$$

来表示,对于 $r \in R$, 函数值 $\mu_A(r)$ 称为 r 对于 A 的隶属度。而函数 μ_A 称为 A 的隶属函数(图 1)

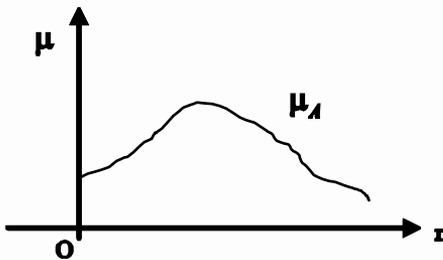


图 1 隶属函数图

隶属度是描述元素 r 对于模糊集合 A 的隶属程度, $\mu_A(r)$ 的值越接近于 1, r 隶属于 A 的程度就越高; $\mu_A(r)$ 的值越接近于 0, 表示 r 隶属于 A 的程度就越低。特别地,若 $\mu_A(r) = 1$, 则认为 r 完全属于 A ; 若 $\mu_A(r) = 0$, 则认为 r 完全不属于 A 。

定义 3. 设凸模糊集

$$T(l, u)(x) = \begin{cases} \frac{2(x-l)}{u-l}, & l < x \leq m \\ \frac{2(u-x)}{u-l}, & m < x \leq u \\ 0, & x \leq l \text{ 或 } x > u \end{cases}$$

是模糊数, 称为三角模糊数(见图 2)。

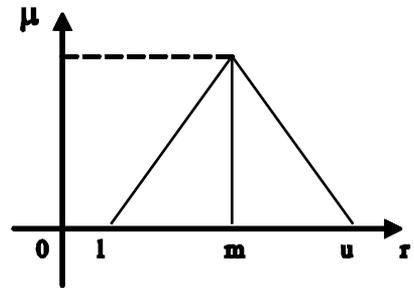


图 2 三角模糊数

三角模糊数 M 可以表示为 (l, m, u) , 其中 $l < m < u$, l 和 u 分别表示该模糊数的左、右边界, m 表示其隶属度为 1 的点。

不难看出, 将顾客的模糊需求量用三角模糊数来表示, 更切合实际。相应的车辆路径问题可描述如下:

某一运输网络中有一服务中心(车场)和 n 个待服务的顾客(节点), 分别以 0 和 $1, 2, \dots, n$ 表示, 车辆从车场出发, 服务一定数量的节点后返回车场结束服务。已知每辆车的最大负荷为 C , 节点 i 的需求量为一模糊数 $D_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 节点 i 与节点 j 之间的距离为 $c_{ij} (i = 0, 1, \dots, n; j = 0, 1, \dots, n)$, 求满足运输需求的费用最小的车辆行驶路线。

对于某一顾客 $i (i = 1, 2, \dots, n)$, 设其模糊需求为三角模糊数 $D_i = (d_{i1}, d_{i2}, d_{i3})$, 由定义 3 可知其隶属函数可表示为:

$$\mu_{D_i}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq d_{i1} \text{ 或 } x \geq d_{i3} \\ (x - d_{i1}) / (d_{i2} - d_{i1}), & d_{i1} \leq x < d_{i2} \\ (d_{i3} - x) / (d_{i3} - d_{i2}), & d_{i2} \leq x < d_{i3} \end{cases}$$

当一辆车服务 k 个顾客以后, 车辆的载运量为

$$D'_k = \sum_{i=1}^k D_i$$

车辆的剩余容量为 $D_k = \sum_{i=1}^k D_i Q_k D_k$, 其中

$$Q_k = (C - \sum_{i=1}^k d_{i3}, C - \sum_{i=1}^k d_{i2}, C - \sum_{i=1}^k d_{i1})$$

由于节点需求的模糊性, 大部分情况下很难确定该车辆在完成前 k 个节点服务后, 是否还有能力继续服务下一节点, 应用模糊机会约束规划理论, 允许所作决策在一定程度上不满足约束条件, 但该决策应使约束成立的概率不小于主观给定值, 假定其概率至少达到 p^* , 这里 $P^* \in [0,1]$ 表示决策者是否安排该车继

续完成下一任务的可能性给出的主观临界值(主观偏好值,实验证明当 p^* 取值在 0.6 左右时可得最小的总行驶距离)。

当 $\text{pos}(\sum_{i=1}^n D_i y_{ik} \leq C) \geq P^*, k \in K$ 时,决策者即

将顾客 i 安排在当前车辆的路径中;否则,这一顾客将成为另一车辆的初始顾客,如此下去,直到所有顾客都安排完毕为止。设

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{车辆}k\text{从点}i\text{行驶到点}j \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{点的任务由车辆}k\text{完成} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

根据以上思想,可建立 FVRP 问题的模糊机会约束规划模型如下:

$$\min \sum_k \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{pos}(\sum_{i=1}^n D_i y_{ik} \leq C) \geq P^* \quad k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} y_{ik} = 1, i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$\sum_i x_{ijk} = y_{jk}, j = 0, 1, \dots, m, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_j x_{ijk} = y_{ik}, j = 0, 1, \dots, m, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \leq |R| - 1, k \in K \quad (6)$$

$$y_{ik} = 0, 1, i = 0, 1, \dots, m, k \in K \quad (7)$$

$$x_{ijk} = 0, 1, i, j = 0, 1, \dots, m, k \in K \quad (8)$$

模型中,目标(1)表示最小化计划运行距离;约束(2)表示每车辆的载运量不超过它的剩余容量的概率不小于主观给定值 p^* ,约束(3)确保计划中每个顾客只有一辆车服务;约束(4)、(5)表示车辆与运行节点之间的关系;约束(6)为支路消去约束;(7)、(8)为 0-1 变量定义。

2 求解VRPFD的新禁忌搜索算法

近十年来,国内外学术界提出的求解 VRP 的几

种有代表性的 TS 算法^[1]。1989 年,Willard 设计的禁忌搜索算法是通过复制车场,而把问题转化为求一个 TSP 大环游;邻域定义为用 2-opt 或 3-opt 交换,从当前解出发,达到所能到达的所有可行解。通过对三个标准测试问题进行测试,表明该算法并未显示出优于大多数已知的近似算法。1991 年,Pureza 和 Franca 设计的禁忌搜索算法,其邻域结构是将一个点移到一条不同的线路中,或者是交换两条线路中的部分顶点。虽然该算法优于 Willard 的算法,但也未能求出特别好的结果。进一步的研究表明,为了使 TS 更加有效,需要有更高级的搜索机制。1993 年,Osman 的禁忌搜索算法,其邻域结构是由 λ -交换产生机制来定义, $\lambda=2$,包括 2-opt、顶点被重新分配到不同线路、在两线路间进行顶点交换等的一个组合。有种实现方式,整个邻域都被探测,并挑选出未被禁忌的最好的可行变换,第一个获得改进的变换被选取;否则,选取可以接受的最好变换执行。测试结果显示,这两种禁忌搜索实现方式都求出了较好的结果。1994 年,Taburoute 的禁忌搜索算法,其邻域结构是将一个顶点从其当前的线路中取出,并插入到另一条线路中,而这条线路包含有用他们开发的求解 TSP 的广义插入法(GENI)所产生的 p 个最邻近解之一。对不可行解也进行检查分析(对装载能力或线路长度而言)。处理方法是让目标函数中含有两个罚项:

$$\sum_{r=1}^K [T(r) + p(E_c(r) + E_l(r))]$$

其中, K 表示线路总数, $T(r)$ 为线路 r 的行驶费用, $E_c(r)$ 和 $E_l(r)$ 分别为线路 r 中载重量和线路长度超过限额的部分, p 为惩罚系数。具体方法是:

① 禁忌操作中,禁忌长度是从区间 $[5, 10]$ 中随机抽取的一个整数;

② 使用一种多样化策略,为增加考虑那些移动较慢的顶点的可能性,对那些经常被移动的顶点进行惩罚;

③ 使用伪起点,生成几个解并对每一个都进行有限的搜索,然后选取其中的最好者作为主搜索过程的初始解。测试结果表明,Taburoute 能求出高质量的结果,且常常求出到目前为止的最好解。1995 年,提出的自适应记忆方法,是近年来在禁忌搜索领域出现的最有影响的进展之一,自适应记忆是一组在整个

搜索过程中不断更新的好解。这些解的某些元素被定期取出,并进行不同的组合以产生出新的好解。1998年,提出的筛网禁忌搜索(Granular Tabu Search)。一般来说,一个图中较长的边被包含在一个最优解中的可能性很小。因此,通过消去长度超过一个量化度(granularity)的所有的边,使一些没有前途的解在搜索过程中将不再考虑。利用这个思想所设计的算法结果表明,GTS能在很短的时间内求出很好的解。

结合有模糊需求车辆路径问题的特点,设计新禁忌搜索算法的基本框架如下:

随机产生一个初始可行解,置该解为当前解和当前最好解;

```

iter := 0; cons_iter := 0;
while (iter ≤ max_iter) and (cons_iter ≤ max_cons_iter) do
  Begin
  cand_list := 0;
  while (cand_list ≤ max_cand_list) do
  begin
  随机挑选两个顶点及其四种邻域变换之一; 对当前解做变换,并把产生的新解加入到候选解集中;
  cand_list := cand_list + 1;
  end;

```

从候选解集中选择非禁忌的最佳候选解,或优于当前最好解的禁忌候选解作为最佳候选解;置新的最佳候选解为当前解;

若新的最佳候选解优于当前最好解,则更新当前最好解, cons_iter := 0;

否则 cons_iter := cons_iter + 1; iter := iter + 1;

End.

该算法在具体实现中,有如下几个主要特点:

① 采用多目标决策中分层系列法处理优化目标。

② 采用两个随机变量确定解的结果,将自然数 1 到 n 随机排列,用 n 维向量 (i_1, i_2, \dots, i_n) 表示客户的访问顺序,随机产生数组 (k_1, k_2, \dots) , k_j 表示第 j 条路径所包含的节点数。

③ 采用随机混合邻域结构。一套由 4 种基于 2-交换的随机混合邻域结构,即利用轮盘赌方法,在 n 维向量 (i_1, i_2, \dots, i_n) 中,随机选择两个或多个节点重新指派、节点交换、2-opt 和“尾巴”交换,在迭代过程中每次都随机选用其中的一种。

④ 采用自适应调节技术在求解过程中对不可行解也进行试探。

⑤ 引入随机多样性增强算法的搜索能力,随机选用上述四种邻域变换中的一种,禁忌长度也随机 5~10 之间选取。

⑥ 采用迭代指定步数的终止准则。

3 随机实验及结果分析

随机实验由 30 个顾客组成,每个顾客的位置坐标及模糊需求随机产生,而各顾客实际实现的需求量由模拟方法产生,其基本步骤为:

Step1 在某顾客的模糊需求数范围内随机生成一个数 x 并计算其隶属度 μ ;

Step2 生成一个 $[0, 1]$ 范围内的随机数 α ;

Step3 比较 α 与 μ , 如果 α 小于 μ , 则 x 为该顾客的实际的需求量, 否则, 重复以上步骤;

Step4 重复上述步骤,直至生成所有顾客的实际需求量。

本文采用上述算法,同文献[6]中经典禁忌搜索算法、文献[4]中 sweeping 算法进行比较,10 次随机实验的结果如表 1 所示:

表 1 三种算法的 10 次实验结果比较

次数	NTS	TS	SW
1	3287.99	3394.64	3683.11
2	3644.76	3742.28	3942.63
3	3143.08	3162.82	3440.24
4	2692.31	3017.21	3178.43
5	3457.83	3326.02	3706.69
6	3786.54	3839.46	4101.41
7	3556.02	3563.67	3769.32
8	3189.79	3206.06	3593.82
9	3781.11	3859.87	4010.35
10	3150.23	3107.07	3400.33

从表 1 可以看出,新禁忌搜索算法 NTS 与经典禁忌搜索算法 TS、sweeping 算法 SW 相比,算法在计算同样规模的问题时取得了更为优化的结果。

4 结语

本文针对模糊需求的车辆路径问题的特征,引入

(下转第 143 页)

(上接第 68 页)

了决策者主观偏好值 p^* 的基础上,建立了相应问题的优化模型,构造了一种新的禁忌搜索算法。与经典禁忌搜索算法及基于模糊推理的 **sweeping** 算法比较,用这种算法求解具有不确定需求的模糊车辆路径问题具有一定的优越性。

参考文献

- 1 符卓.开放式车辆路径问题及其应用研究[博士学位论文].长沙:中南大学,2003.
- 2 Laorteg, Mercureh, Noberty. An exact algorithm for the asymmetrical capacitated vehicle routing problem. *Networks*, 1986, 16(2): 33 - 46.

- 3 Mingoia C, Toth. Exact algorithms for the vehicle routing problem based on spanning the shortest path relaxation. *Mathematical programming*, 1981, 20(1): 255 - 282.
- 4 Gillett B, Miller L. A heuristic algorithms for the vehicle routing dispatch problem. *Operational Research*, 1974, 22(22): 340 - 349.
- 5 张建勇, 李军. 模糊车辆路径问题的一种混合遗传算法. *管理工程学报*, 2005, 19(2): 23 - 26.
- 6 甘勤涛, 阳平华, 童钟灵. 模糊需求车辆路径问题的禁忌搜索算法研究. *长春理工大学学报*, 2006, 29(1): 84 - 85.