

# 基于小波变换的图像压缩编码<sup>①</sup>

贾中云, 应广之, 李秀梅

(杭州师范大学 信息科学与工程学院, 杭州 310036)

**摘要:** 数字图像压缩在数据通信、存储中有着重要的作用, 是信息技术中非常活跃的研究领域. 本文利用小波变换, 经过量化和熵编码, 实现数字图像的压缩, 并从阈值和量化级数两个方面对压缩效果进行了比较. 其中, 阈值的增大会导致压缩比增大, 但是复原图像质量下降. 而量化级数越多, 则复原后的图像质量也越高, 但是压缩率越低.

**关键词:** 图像压缩; 小波变换; 熵编码; 量化; 峰值信噪比

## Image Compression Coding Based on the Wavelet Transform

JIA Zhong-Yun, YING Guang-Zhi, LI Xiu-Mei

(School of Information Science and Engineering, Hangzhou Normal University, Hangzhou 310036, China)

**Abstract:** Digital image compression is very important in digital communication and storage. It is an active field in information technology. This paper uses the wavelet transform, through the quantization and entropy coding, to realize the image compression. The compression performance is analyzed in terms of compression threshold and quantization order. When the threshold increases, the impression ratio also increases, but the restored image will have worse quality. On the other hand, when the quantization order increases, the restored image will have better quality, but the compression ratio will decrease.

**Key words:** image compression; wavelet transform; entropy coding; quantization; PSNR

数字图像的传输是数据通信的重要内容. 一般数字图像的数据量非常大, 而数据通信信道的容量往往是有限的, 如果一幅数字图像直接传输, 会消耗大量的信道容量. 在数据通信越来越被广泛应用的今天, 能够对数字图像进行有效压缩的编码方案受到大家的关注<sup>[1]</sup>.

小波变换在图像压缩中表现出良好的压缩特性, 被誉为“数字显微镜”. 1992年, M. Antonini 等人提出利用小波变换和矢量量化实现图像压缩的方案<sup>[2]</sup>. 1993年, Shapiro 提出了基于小波变换的嵌入式零树编码算法(EZW)<sup>[3]</sup>. 1996年, Said 等人提出了多级树集合分裂算法(SPIHT)<sup>[4]</sup>. 基于小波变换的数字图像压缩一直吸引了很多人的研究<sup>[5-9]</sup>, 这些研究促使小波变换成为 JPEG2000 中新一代数字图像压缩标准. 并且基于小波变换的数字图像压缩方法已广泛应用到无线传感器网络<sup>[10]</sup>和嵌入式计算平台<sup>[11]</sup>中.

与基于离散余弦变换 DCT 实现数字图像压缩算法一样, 基于小波变换实现的图像压缩也常常是一种有损压缩. 图像压缩算法研究的目的是: 在保证尽可能减少图像失真, 也就是尽量保留图像信息量的前提下, 找出高效的压缩算法.

本文从对图像的小波变换出发, 经过量化和熵编码, 实现数字图像的压缩, 并对各种条件下的压缩效果进行比较.

## 1 数字图像中的小波变换

与经典的图像编码方法相比, 基于小波变换的图像编码有以下优点:

- (1) 从本质上讲小波变换是全局变换, 在图像重构时不会出现 DCT 中固有的“方块效应”.
- (2) 小波变换采用金字塔式分解算法, 由粗到

① 基金项目: 国家自然科学基金(61102164); 杭州师范大学科研启动基金(2011QDL021)

收稿时间: 2013-05-08; 收到修改稿时间: 2013-06-13

细、由全貌到细节，与人的观察习惯相一致，比经典的 DCT 更符合人的视觉特性。

(3) 小波变换具有时间-频率定位能力，并可实现图像中平稳成分和非平稳成分的分离，从而可对其进行高效编码。

在图像处理中应用的小波变换是二维小波变换，定义为

$$W_f(a, b_x, b_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \psi_{a, b_x, b_y}^*(x, y) dx dy \quad (1)$$

逆变换为

$$f(x, y) = \frac{1}{c_\psi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b_x, b_y) \psi_{a, b_x, b_y}(x, y) db_x db_y \frac{da}{a^3} \quad (2)$$

式中， $c_\psi$  为系数，

$$c_\psi = \frac{1}{4\pi^2} \iint \frac{|\psi(\omega_1, \omega_2)|^2}{|\omega_1^2 + \omega_2^2|} d\omega_1 d\omega_2 \quad (3)$$

$\psi(\omega_1, \omega_2)$  是  $\psi(x, y)$  的二维 Fourier 变换。

在数字图像中，采用的是二维离散小波变换。二维小波变换可以看成行和列两个方向的一维小波变换。对于一幅原始图像，先对其行作小波变换，得到高频分量 H 和低频分量 L，行变换结束后，再分别对 H 和 L 进行列小波变换，便得到四个子图像，它们分别是 LL、LH、HL 和 HH，如图 1 所示。在第 j 级分解中，将  $LL_{j-1}$  按照上述方法分解就得到  $LL_j$ 、 $LH_j$ 、 $HL_j$  和  $HH_j$ ，它们分别表示水平低频垂直低频、水平低频垂直高频、水平高频垂直低频和水平高频垂直高频，其中  $LL_k(k=1, 2, \dots, j)$  具有和原图像非常接近的结构， $LH_k$  大致表示图像的水平边缘， $HL_k$  大致表示图像的垂直边缘，而  $HH_k$  大致刻画了对角线方向的边缘。

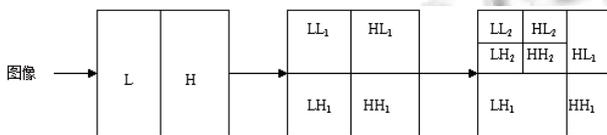


图 1 图像小波分解结构示意图

经过小波变换后，图像的主要能量集中在 LL 子带，高频子带能量很少。对数字图像来说，高频子带就是 HH、HL、和 LH，低频子带为 LL。其中 LH 频带是先通过上级低频图像数据在水平方向低通滤波，再经竖直方向高通滤波而得到，因此这个频带中包含了更多竖直方向的高频信息。相应地，HL 频带中主要是原图像水平方向的高频成分，而 HH 频带则给出了图

像中对角方向高频信息，特别是 45 度角或 135 度角的高频信息。另外，在对图像小波变换过程中，每一级分解是将上一级低频数据划分为更精细的频带。图 2 所示是对“cameraman.jpg”图像通过 MATLAB 进行二层小波分解后得到的结果。



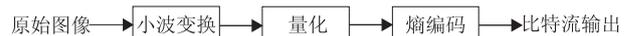
图 2 图像二层小波分解图

### 2 量化与熵编码

利用量化和熵编码实现小波变换图像压缩编码算法的框图如图 3 所示。首先对一幅数字图像进行小波分解，分别得到高频、低频小波分解系数。接下来对这些系数进行量化。然后对量化后的量化系数进行 Huffman 编码得到最终的图像比特流，进一步提高压缩比。译码时，先对输入的比特流进行反 Huffman 编码得到量化系数，然后根据量化编码时得到的码书进行译码分别得到图像的低频系数和各个高频系数，最后对这些系数进行小波变换的逆变换即得到恢复后的图像。



(a) 编码部分



(b) 解码部分

图 3 小波变换编解码算法框图

从图 2 可以看出，图像变换后的系数集中在低频部分，即 LL 子带，这一部分包含了图像中的绝大部分能量，描述了图像的基本特征。高频部分只包含了极

少数的能量,大面积的系数很小或几乎为零,对图像数据的压缩一般都是对这部分数据的压缩.如果不考虑高频部分的数据,假设小波分解层数为  $N$ ,则图像压缩率为  $1/(N+1)^2$ .实际上压缩后的数据还应包含高频信息,最终的图像压缩率大于  $1/(N+1)^2$ .

小波变换后,处于 HL、LH 和 HH 子带的小波系数大部分都接近于零,为了提高数据的压缩率,往往根据一定的阈值规定这些小的系数为 0. 阈值有硬阈值方法和软阈值方法量化,分别如图 4 和图 5 所示.

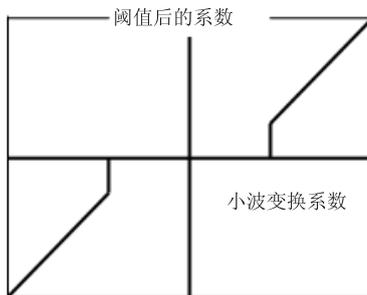


图 4 软阈值化处理

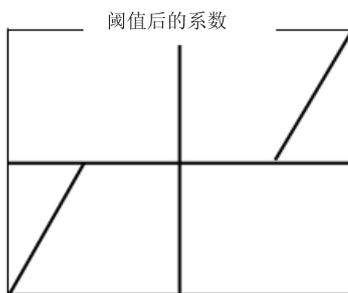


图 5 硬阈值化处理

假设  $D(\cdot, \lambda)$  是阈值为  $\lambda$  的算子,  $U$  为小波变换后的系数,则硬阈值操作可定义为:

$$D(U, \lambda) = \begin{cases} U, & |U| > \lambda \\ 0, & U \text{ 为其它值时} \end{cases} \quad (4)$$

软阈值操作可定义为:

$$D(U, \lambda) = \text{sgn}(U) \max(0, |U| - \lambda) \quad (5)$$

经过阈值处理后的小波系数还是有很大的离散性,这对数据的有效压缩带来一定的困难.量化将具有较大离散性的数据规定到一定的量化级数中.量化有矢量量化和标量量化.对于矢量量化,由于小波变换后能量集中在低频部分,所以低频系数用标量量化比较合适,而高频系数中含有大量的零,采用矢量量化可

以有效地实现数据的压缩.标量量化则根据小波系数的特点,分别将这些系数进行量化.

经过标量量化后的小波系数中含有大量的 0,一般 0 的比例为占有所有小波系数的一半以上.同时,其他各小波系数出现的概率也是不一样的,或者说概率是不均等的.熵编码是数据压缩的一种编码方法,常用的熵编码是 Huffman 编码.经过 Huffman 编码后,图像数据可以得到有效的压缩.

### 3 图像压缩编码仿真及分析

在仿真实验中,读入一幅  $256 \times 256$  的“cameraman.jpg”图像,对其进行两层“db1”小波分解,采用 16 级量化方式,在不同软阈值下得到的图像压缩编码复原后的效果如图 6(b)、(c)、(d)所示.



(a) 原始图像



(b)  $\lambda = 5$ , 压缩比 = 4.05



(c)  $\lambda = 15$ , 压缩比 = 4.90



(d)  $\lambda=30$ , 压缩比 = 5.62

图 6 不同阈值下的图像压缩结果

从图 6 可以看出, 随着阈值  $\lambda$  的值不断增大, 压缩比不断的增大, 意味着有更多的系数被置成零, 但随之带来的是 PSNR 值不断降低, 也就是意味着复原图像质量下降. 从表 1 的结果中可以看出这一趋势.

表 1 不同阈值下的压缩结果(16 级量化)

阈值 $\lambda$	压缩比	0 出现的概率	MSE	PSNR
5	4.0532	0.7273	444.5	21.6517
15	4.9088	0.8292	472.1	21.3902
30	5.6222	0.8841	522.9	20.9467
50	6.0961	0.9092	583.2	20.4723

此外, 图像的压缩质量和压缩比与量化级数有着密切的关系. 表 2 和表 3 分别是经过 32 级量化和 64 级量化后的压缩结果. 可见, 量化级数越多, 压缩后的图像与原图像之间的残差越小, 复原后图像的质量也就越高, 但编码时平均码长也越长, 也就是压缩率越低; 反之, 压缩图像质量越低, 但编码时平均码长越短, 也就是压缩率越高.

表 2 不同阈值下的压缩结果(32 级量化)

阈值 $\lambda$	压缩比	0 出现的概率	MSE	PSNR
5	3.4946	0.7079	121.1	27.2982
15	4.4084	0.8213	152.2	26.3069
30	5.2021	0.8811	204.1	25.0329
50	5.7179	0.9081	265.5	23.8898

表 3 不同阈值下的压缩结果(64 级量化)

阈值 $\lambda$	压缩比	0 出现的概率	MSE	PSNR
5	3.2238	0.7029	58.62	30.4505
15	4.0652	0.8199	89.2591	28.6243
30	4.7969	0.8805	140.8	26.6450
50	5.2862	0.9079	199.1	25.1404

经计算, 同样在阈值  $\lambda=15$  的情况下, 量化级数为 16 级时, 经 Huffman 编码后的平均码长为 1.6458, 当量化级数为 32 级时, 平均码长为 1.8281, 而当量化级数为 64 级时, 平均码长为 1.9679. 这是由于量化级数的增加, 参与 Huffman 编码的符号数也增加, 导致平均码长的增加.

从表 1、表 2 和表 3 的对比中可以看出, 在相同条件下, 量化级数越高, 图像的 PSNR 也越高, 也就是压缩图像的质量越高, 但压缩比下降了.

#### 4 结论

本文基于小波变换, 利用阈值和熵编码实现了对图像的压缩. 分析压缩后的数据发现, 经熵编码后的数据并不是等概率出现, 因此还可实现进一步的数据压缩. 本文从阈值和量化级数两个方面讨论了图像压缩的质量. 由仿真分析可知, 随着阈值的增大, 压缩比不断增大, 但是 PSNR 值不断降低, 复原图像质量下降. 此外, 量化级数越多, 复原后的图像质量也越高, 但是压缩率越低.

#### 致谢

该论文还受到以下项目资助: 杭州师范大学科研启动基金(2011QDL021).

#### 参考文献

- Han J, Saxena A, Melkote V, Rose K. Jointly optimized spatial prediction and block transform for video and image coding. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(4): 1874-1884.
- Antonini M, Barlaud M. Image coding using wavelet transform. IEEE Trans. on Image Processing, 1992, 1(2): 205-220.
- Jerome M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(12): 3445-3462.
- Amir S, William P. A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees. IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology, 1996, 6(3): 243-250.
- Stütz T, Mühlbacher B, Uhl A. Best wavelet packet bases in a JPEG2000 rate-distortion sense: the impact of header data.

(下转第 112 页)

保持不变性特点,提出了一种基于小波矩的图像篡改检测方法.该方法首先采用变分水平集活动轮廓算法提取可疑物体的轮廓,然后对每一个可疑物体进行小波矩特征提取,进而采用相似性匹配检测确定图像的复制粘贴区域.实验结果表明,该算法对篡改区域的平移、旋转和缩放等操作具有较强的鲁棒性.但是本文算法只能针对前景物体的复制篡改具有检测性,不能检测图像的背景复制粘贴篡改,今后的任务是研究适用前景背景复制粘贴篡改算法,并且能够抵抗平移、旋转和缩放等几何变换攻击.

### 参考文献

- 1 Yu GJ, Lu CS, Liao HY. Mean quantization blind watermarking for image authentication. IEEE International Conference on Image Processing. Vancouver BC, Canada. 2000. 706-709.
- 2 Fridrich AJ, Soukal BD, Mukluks AJ. Detection of Copy-Move forgery in digital images. Proc. of Digital Forensic Research Workshop. 2003. 5-8.
- 3 Popescu AC, Farid H. Exposing digital forgeries by detecting duplicated image region [Technical Report]. 2004-515. Hanover, Department of Computer Science, Dartmouth College. USA. 2004.
- 4 Christlein V. On rotation invariance Copy-Move forgery detection. Information Forensics and Security (WIFS). 2010. 1-6.
- 5 康晓兵,张二虎,陈亚军.下采样对数字图像伪造检测的影响分析.计算机工程,2012,38(16):215-218.
- 6 吴琼,李国辉,涂丹.面向真实性鉴别的数字图像盲取证被动取证技术综述.自动化学报,2008,34(12):1458-1466.
- 7 周琳娜,王东明.数字图像取证技术.北京:北京邮电大学出版社.2008.
- 8 骆伟祺,黄继武,邱国平.鲁棒的区域复制图像篡改检测技术.计算机学报,2007,30(11):1998-2006.
- 9 魏为民,唐振军.利用 JPEG 块效应不一致性的合成图像盲检测.中国图像图形学报,2009,14(11):2387-2390.
- 10 Shen D, Ip SH. Discriminative wavelet shape descriptors for recognition of 2-D patterns. Pattern Recognition, 1999 (32): 151-165.
- 11 Li CM, Xu CY, Gui CF, Martin D. Fox. level set evolution without reinitialization: A New Variational Formulation. Conference Publications. 2005. 430-436.
- 12 孙即样.图像分析.北京:科学出版社.2009.
- 13 子·激光,2012,23(6):1173-1180.
- 10 Rein S, Reisslein M. Low-memory wavelet transforms for wireless sensor networks: a tutorial. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2011(13): 291-307.
- 11 Ma T, Shrestha P, Hempel M, Peng D, Sharif H. Low-complexity image coder/decoder with an approaching-entropy quad-tree search code for embedded computing platforms. 2011 18th IEEE International Conference on Image Processing. 2011. 297-300.

(上接第 116 页)

IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'05). 2005.3. 201-204

- 6 张军,成礼智,杨海滨,黄魁华.基于纹理的自适应提升小波变换图像压缩.计算机学报,2010,33(1): 184-191.
- 7 林娜,倪林,刘权.基于 ADL 小波变换的图像压缩算法.计算机工程,2011,37(21):199-201.
- 8 宋宇,王美玲,翟双.基于小波变换的图像压缩算法.长春工业大学学报(自然科学版),2011,32(6):558-561.
- 9 张德干,康学净,王京辉.一种新的图像压缩编码算法.光电