

自适应局部区域型水平集分割算法^①

刘 帅^{1,2}, 夏 莉^{1,3}, 周燕飞^{1,3}, 刘苓苓^{1,3}, 沈 柱⁴, 李 海^{1,3}

¹(中国科学院 合肥物质科学研究院 医学物理与技术中心 医学物理与技术安徽省重点实验室, 合肥 230031)

²(中国科学技术大学, 合肥 230026)

³(中国科学院 合肥肿瘤医院, 合肥 230031)

⁴(安徽医科大学 第四附属医院影像科, 合肥 230000)

摘要: 灰度不均匀现象普遍存在于自然图像和医学图像中, 因此使用传统的图像分割方法很难精准的分割出目标物, 从而导致图像分割在模式识别和临床医学的应用中会出现很多问题。为了更好地改善分割效果, 解决灰度不均匀现象所带来的问题, 本文结合图像的自适应梯度权重信息和局部区域信息提出一种新型的水平集分割算法。由于图像的梯度信息具有稳定性, 因此文中通过在局部区域中使用自适应梯度权重信息, 达到结合图像边缘信息和区域信息的目的以提高算法鲁棒性。同时, 文中使用的梯度权重滤波增加了图像对比度, 因此分割的效果有了显著改善。最后, 通过与 LCV(local Chan-Vese) 模型和 LIC(local intensity clustering) 模型的对比实验来验证本文分割方法的有效性和鲁棒性。在实验对比中, 本文方法均得到比较令人满意的结果, 充分展示其在处理灰度不均匀图像上的优势。

关键词: 水平集; 自适应梯度权重; 灰度不均匀; 局部区域信息

引用格式: 刘帅, 夏莉, 周燕飞, 刘苓苓, 沈柱, 李海. 自适应局部区域型水平集分割算法. 计算机系统应用, 2017, 26(11):145–151. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6042.html>

Adaptive Level Set Segmentation Algorithm Based on Local Region

LIU Shuai^{1,2}, XIA Li^{1,3}, ZHOU Yan-Fei^{1,3}, LIU Ling-Ling^{1,3}, SHEN Zhu⁴, LI Hai^{1,3}

¹(Anhui Province Key Laboratory of Medical Physics and Technology, Center of Medical Physics and Technology, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

²(University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

³(Cancer Hospital, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

⁴(Department of Imaging, the 4th Affiliated Hospital of Anhui Medical University, Hefei 230000, China)

Abstract: Intensity inhomogeneity often occurs in natural and medical images, and it is hard to accurately segment intensity inhomogeneous images because most popular segmentation models are based on intensity homogeneous images. In this paper, we propose a novel level set-based segmentation model which integrates adaptive gradient weighted information (AGWI) and local region information to handle intensity inhomogeneous images. By employing AGWI in local regions, we combine the edge information and region information. Furthermore, the complementation of edge information and region information will enhance the robustness and effectiveness of our method. Finally, we compare our model with the local Chan-Vese (LCV) model and local intensity clustering (LIC) model. Some experiments on synthetic and nature images will be shown to demonstrate the efficiency and robustness of our method.

Key words: level set; adaptive gradient weighted; intensity inhomogeneity; local region information

过去几十年, 水平集方法^[1,2]已广泛应用于图像分割中。一般来说, 现有的水平集分割方法大致可以归为

两类: 基于边缘的模型^[3,4]和基于区域的模型^[5,6]。基于边缘的模型主要是利用梯度信息驱使主动轮廓逼近目

① 基金项目: 安徽省科技重大专项 (15czz02024); 国家自然科学基金 (81401483)

收稿时间: 2017-02-17; 修改时间: 2017-03-06; 采用时间: 2017-03-13

标物的边界,这类模型对初始化轮廓比较敏感并且可能会出现遗漏弱边缘的现象。基于区域的模型主要是利用区域算子驱使主动轮廓接近目标物边界,这类模型相对于基于边缘的模型有很大改善。由于使用全局信息,降低了基于区域模型对初始化轮廓的敏感度。这类模型中典型的算法如CV(Chan-Vese)模型^[7]在对灰度均匀图像分割时取得了比较好的效果。然而,由于CV模型假定区域内图像的灰度是均匀不变的,所以在处理灰度不均匀图像时得不出理想的分割效果。事实上,设备问题及曝光等因素导致灰度不均匀现象普遍存在于真实图像中。近年来,研究人员为解决图像灰度不均匀现象所导致的误分割问题做了许多努力,并利用图像的局部区域信息提出了基于局部区域型水平集分割方法。

Li等^[8]利用高斯函数获得图像局部区域信息,提出了著名的LBF(local binary fitting)模型。LBF模型在处理灰度不均匀图像上明显优于CV模型,随后又出现一些相似的方法^[9,10]。然而这些方法处理灰度不均匀图像时在一定程度上对初始化轮廓要求较高。为了提高对初始化轮廓的鲁棒性,Wang等^[11]在能量函数中结合全局信息和局部信息提出LCV模型。但是均值卷积滤波算子的使用导致LCV模型在处理严重灰度不均匀图像时可能出现两条边界^[12]从而得到较差的分割结果。不久,Li等^[13]又利用K均值聚类方法提出LIC(local intensity clustering model)分割模型,不过这种方法没有考虑到聚类变量。Zhang等^[14]将LIC模型方法进行一般化处理提出了LSACM模型,这种模型可以结合相同类别的像素从而实现了软分割。

以上介绍的几种基于局部区域型水平集分割模型在处理灰度不均匀图像都有很好的效果,但各自都存在一些不足,如在一定程度上对初始化轮廓敏感。因此,本文提出一种新型的基于自适应梯度权重的局部区域型水平集分割模型。一般来说,灰度不均匀图像都被认为是缓慢变化的,属于低频信息。本文模型通过在局部区域中使用自适应梯度权重来增加图像的高频信息所占比重,相对压缩了图像的低频信息,从而增加了图像中目标物与背景之间的灰度差异,即利用提升图像对比度来达到改善分割效果的目的。文章接下来在第2部分介绍几种比较典型的区域型分割模型,第3部分介绍本文提出的模型。一些合成图像和真实图像的实验会在第4部分展示,最后在第5部分做出结论。

1 相关模型简介

1.1 CV模型

CV模型^[7]被认为是MS模型^[15]的一种特殊情况,这种模型假定图像是分段均匀的。令 $I(x):\Omega\rightarrow R$ 表示初始化图像, c 表示演化曲线。CV模型的能量函数可写成:

$$E_{CV} = \lambda_1 \int_{inside(c)} (I(x) - c_1)^2 dx + \lambda_2 \int_{outside(c)} (I(x) - c_2)^2 dx \quad (1)$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0, c_1, c_2$ 分别表示演化曲线 c 的外部区域和内部区域的灰度平均值。由于使用了图像的全局信息,CV模型在对灰度均匀图像进行分割时效果比较好,但是处理不了灰度不均匀图像。

1.2 LBF模型

Li等^[8]通过在能量函数中引入图像局部区域信息提出了LBF模型,相比于CV模型,LBF模型在处理灰度不均匀图像时具有很大优势。令 $I(x):\Omega\rightarrow R$ 表示初始化图像, c 表示演化曲线。LBF模型的能量函数可写成:

$$E_{LBF} = \lambda_1 \int_{\Omega} \int_{inside(c)} K_\sigma(x-y)(I(y) - f_1(x))^2 dy dx + \lambda_2 \int_{\Omega} \int_{outside(c)} K_\sigma(x-y)(I(y) - f_2(x))^2 dy dx \quad (2)$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0, K_\sigma$ 是标准偏差为 σ 的高斯核, f_1 和 f_2 分别表示演化曲线内部区域和外部区域的灰度平均值。由于局部信息的引入使得LBF模型可以很好处理灰度不均匀图像,但是其计算量比较大^[9],同时其在一定程度上对初始化敏感^[16]。

1.3 LCV模型

Wang等^[11]结合图像全局信息和局部信息提出了LCV模型。令 $I(x):\Omega\rightarrow R$ 表示初始化图像, c 表示演化曲线。LCV模型能量函数可表示为:

$$E_{LCV} = \lambda_1 \int_{inside(c)} |I(x) - c_1|^2 dx + \lambda_2 \int_{outside(c)} |I(x) - c_2|^2 dx + \lambda_3 \int_{inside(c)} |g_k * I(x) - I(x) - d_1|^2 dx + \lambda_4 \int_{outside(c)} |g_k * I(x) - I(x) - d_2|^2 dx \quad (3)$$

其中 g_k 表示均值卷积算子, c_1 和 c_2 同公式(1)一样, d_1 和 d_2 分别表示均值卷积滤波算子 $g_k * I(x) - I(x)$ 处

理后的图像在演化曲线 c 内部区域和外部区域的灰度平均值.

2 本文模型

2.1 能量函数

一般来说, 图像的梯度对高频信息比较敏感. 因此, 本文利用图像的梯度检测出高频信息, 再利用局部算子对图像灰度进行梯度加权来增加高频信息所占权重, 从而增加图像的目标物与背景之间的灰度差异, 达到提升分割效果目的. 其中所使用的梯度加权处理公式为:

$$I_{lg,r}(x) = \sum_{x \in w_x} \left(\frac{I_g(x)}{\sum_{x \in w_x} I_g(x)} I(x) \right) - I(x) \quad (4)$$

其中 I_g 是图像梯度, $x \in w_x$ 代表自适应尺度为 $(2\sigma+1) \times (2\sigma+1)$ 大小的矩形窗. $\sum_{x \in w_x} \left(\frac{I_g(x)}{\sum_{x \in w_x} I_g(x)} I(x) \right)$ 表示一个点 $x \in R^2$, 其灰度值是通过相邻像素梯度权重计算得出, 即首先计算局部窗口 w_x 内像素的总梯度值, 然后局部窗口内每点的梯度值与总梯度值相除得出局部梯度加权算子 $\frac{I_g(x)}{\sum_{x \in w_x} I_g(x)}$, 最后将局部梯度加权算子与局部窗口 w_x 内像素相乘后求和得出 x_0 的像素值. $I_{lg,r}(x)$ 则可以描述为利用梯度加权滤波对图像进行对比度增强. 令 $I(x): \Omega \rightarrow R$ 表示初始化图像, c 表示演化曲线. 本文模型能量函数可表示为:

$$\begin{aligned} E = & \int_{inside(c)} |I_{lg,r}(x) - f_1|^2 dx \\ & + \int_{outside(c)} |I_{lg,r}(x) - f_2|^2 dx \end{aligned} \quad (5)$$

其中 f_1 和 f_2 分别表示经 $I_{lg,r}(x)$ 处理后图像演化曲线 c 内部区域和外部区域的灰度平均值. 由于使用局部梯度加权算子, 本文模型具有自适应梯度加权滤波功能, 从而其分割效果会有明显提高. 我们通过均值卷积滤波和公式(4)在一幅灰度不均匀图像上的对比实验来直观的展示自适应梯度加权滤波的优势:

图 1 分别显示了灰度不均匀图像经过均值卷积滤波(图 1(c))和自适应梯度加权滤波(图 1(d))处理后的结果, 从结果可以看出自适应梯度加权滤波可以更好的提高图像对比度. 为了更进一步看出滤波效果, 图 2 绘制出图 1(c) 和 (d) 中目标物和背景的灰度直方图.

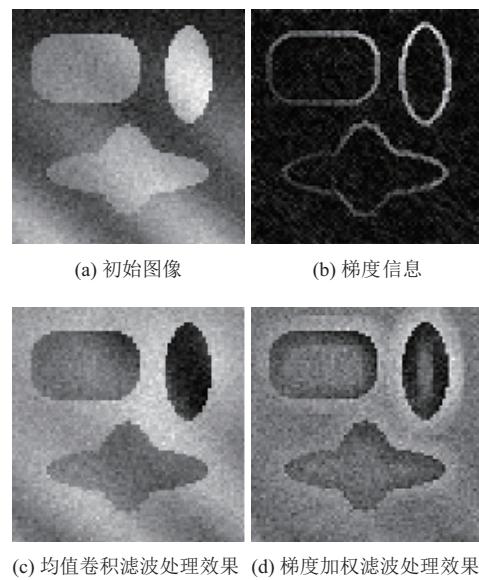
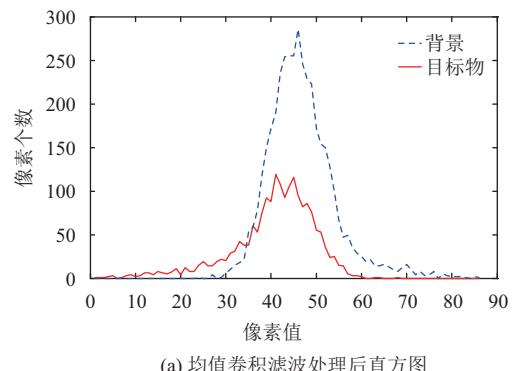
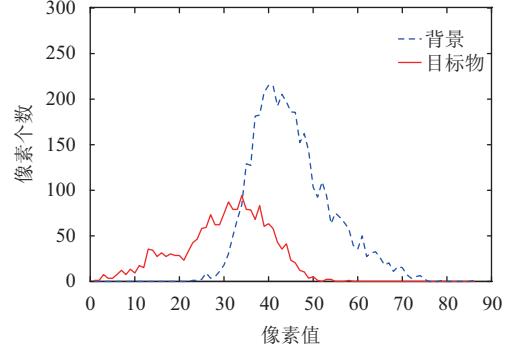


图 1 两种滤波的实验效果对比

如图 2 所示, 实线和虚线分别表示目标物和背景的灰度直方图. 从图中可以看出图 2(a) 中目标物和背景的灰度直方图重合度明显高于图 2(b), 说明自适应梯度加权滤波可以更好的提高图像中目标物与背景之间灰度差异从而利于分割.



(a) 均值卷积滤波处理后直方图



(b) 梯度加权滤波处理后直方图

图 2 图 1(c) 和图 1(d) 中目标物和背景的灰度直方图

2.2 水平集公式

在区域 Ω 内用水平集函数 $\phi(x)$ 表示曲线 c , 则能量函数水平集公式可表示为:

$$\begin{aligned} E = & \int_{\Omega} |I_{\text{lg}r}(x) - f_1|^2 H(\phi(x)) dx \\ & + \int_{\Omega} |I_{\text{lg}r}(x) - f_2|^2 (1 - H(\phi(x))) dx \end{aligned} \quad (6)$$

为了使曲线演化更加稳定, 同时避免重新初始化, 本文在能量函数中引入一种具有计算高效性且易于实现的惩罚项, 即 LBF 模型^[8]中采用的惩罚项:

$$P(\phi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi(x)| - 1)^2 dx \quad (7)$$

同时, 在能量函数中添加长度惩罚项来规整水平集函数 ϕ 在零值时的轮廓:

$$L(\phi) = \int_{\Omega} \delta(\phi(x)) |\nabla \phi(x)| dx \quad (8)$$

使用 CV 模型^[7]中介绍的阶跃函数 $H(z)$ 和狄拉克 δ 函数 $\delta(z)$ 计算公式:

$$H_{\varepsilon}(z) = \frac{1}{2} \left| 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left| \frac{z}{\varepsilon} \right| \right|, \varepsilon \rightarrow 0 \quad (9)$$

$$\delta_{\varepsilon}(z) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + z^2} \quad (10)$$

本文模型的能量函数最终可写成:

$$\begin{aligned} E = & \int_{\Omega} |I_{\text{lg}r}(x) - f_1|^2 H_{\varepsilon}(\phi(x)) dx \\ & + \int_{\Omega} |I_{\text{lg}r}(x) - f_2|^2 (1 - H_{\varepsilon}(\phi(x))) dx \\ & + \nu \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi(x)| - 1)^2 dx \\ & + \mu \int_{\Omega} \delta_{\varepsilon}(\phi(x)) |\nabla \phi(x)| dx \end{aligned} \quad (11)$$

其中 f_1 和 f_2 可用梯度下降法计算:

$$f_1 = \frac{\int_{\Omega} (I_{\text{lg}r}(x)) H_{\varepsilon}(\phi(x)) dx}{\int_{\Omega} H_{\varepsilon}(\phi(x)) dx} \quad (12)$$

$$f_2 = \frac{\int_{\Omega} (I_{\text{lg}r}(x)) (1 - H_{\varepsilon}(\phi(x))) dx}{\int_{\Omega} (1 - H_{\varepsilon}(\phi(x))) dx} \quad (13)$$

保持 f_1 和 f_2 不变, 对公式 (11) 求最小值, 则曲线演化公式可写成:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \delta_{\varepsilon}(\phi) \left[(I_{\text{lg}r}(x) - f_1)^2 + (I_{\text{lg}r}(x) - f_2)^2 \right] \\ & + \nu \left(\nabla^2 \phi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) + \mu \delta_{\varepsilon}(\phi) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

2.3 算法实现步骤

本文使用有限差分法对公式 (14) 进行数值求解, 计算公式如下:

$$\frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = L(\phi_{i,j}^n) \quad (15)$$

其中 Δt 表示时间步长, $L(\phi_{i,j}^n)$ 表示公式 (14) 右侧的离散化近似值。在离散化实现中, 采用诺埃曼边界条件。算法主要步骤为:

步骤 1. 输入初始图像 I , 参数设定 $\nu=1$, 步长 $\Delta t=0.1$. 最大迭代次数 n , μ 和自适应尺度窗口 σ 可根据不同图像适当调节

步骤 2. 通过自适应梯度加权滤波处理初始图像, 然后绘制初始化轮廓

步骤 3. 初始化水平集函数

步骤 4. 利用公式 (12) 和公式 (13) 更新 f_1 和 f_2 ;

步骤 5. 利用公式 (15) 对曲线演化公式 (14) 进行求解

步骤 6. 当条件满足 $|Length(C(t)) - Length(C(t-1))| \leq 5$ 或达到设置的最大迭代次数 n 时终止迭代, 否则继续迭代. 其中 $Length(C(t))$ 为演化曲线长度.

3 实验结果及验证

实验环境为 MATLAB7.10.0(R2010a) 电脑配置为 COREi7 CPU, 12G RAM, 系统为 Windows10. 实验中的自适应尺度选为 $(2\sigma+1) \times (2\sigma+1)$, 其中 $5 \leq \sigma \leq 100$. 参数 σ 和 μ 的选择根据具体实验图像特点如灰度、形状而定。文中使用两种基于局部区域水平集分割模型: LCV 模型^[11]和 LIC 模型^[13]与本文模型进行实验对比。

3.1 本文模型分割效果演示

为了展示本文模型对灰度不均匀图像的分割效果, 首先在一个血管图像上用不同初始化轮廓做一组实验, 实验结果如图 3, 其中所有参数均为 $\mu=0.003 \times 255^2$, $\sigma=50$; 第一列为不同初始化轮廓; 第二第三列为曲线演化中间过程; 第四列为最终分割结果。

从图 3 实验结果可以看出本文模型由于使用了自适应梯度加权滤波所以分割效果较好, 同时对初始化轮廓也表现出很好的鲁棒性。

3.2 初始化轮廓鲁棒性对比

为比较 LCV 模型和 LIC 模型与本文模型对初始化轮廓的鲁棒性, 图 4 和图 5 分别给出三种模型在合成图像和真实图像上的实验结果, 其中三种模型在实

验中的参数均根据实验图像选择最佳参数以保证实验的可信度。图4中，LCV分割的参数为 $\alpha=0.1, \beta=1, \mu=0.01 \times 255^2, \sigma=30$ ；LIC分割的参数为 $\mu=0.001 \times 255^2, \sigma=4$ ；本文模型分割的参数为 $\mu=0.01 \times 255^2, \sigma=10$ 。图5中，LCV分割的参数分别为 $(\alpha=0.1, \beta=1, \mu=0.005 \times 255^2, \sigma=30), (\alpha=0.1, \beta=1, \mu=0.0007 \times 255^2, \sigma=5), (\alpha=0.1, \beta=1, \mu=0.004 \times 255^2, \sigma=30)$ ；LIC分割的参数分别为 $(\mu=0.003 \times 255^2, \sigma=4), (\mu=0.003 \times 255^2, \sigma=4), (\mu=0.003 \times 255^2, \sigma=4)$ ；本文模型分割参数均为 $\mu=0.005 \times 255^2, \sigma=35$ 。

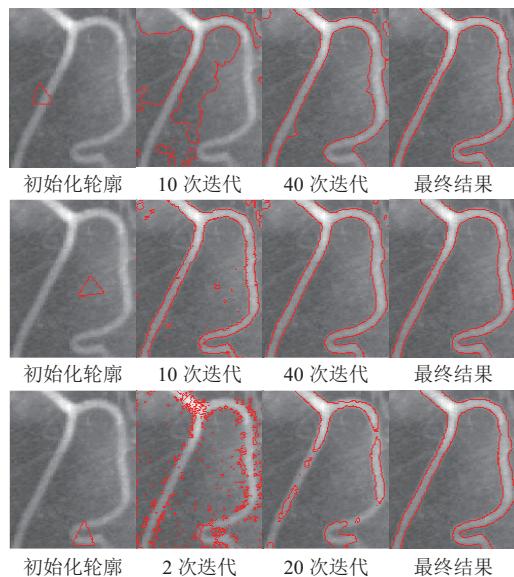


图3 本文模型分割效果演示

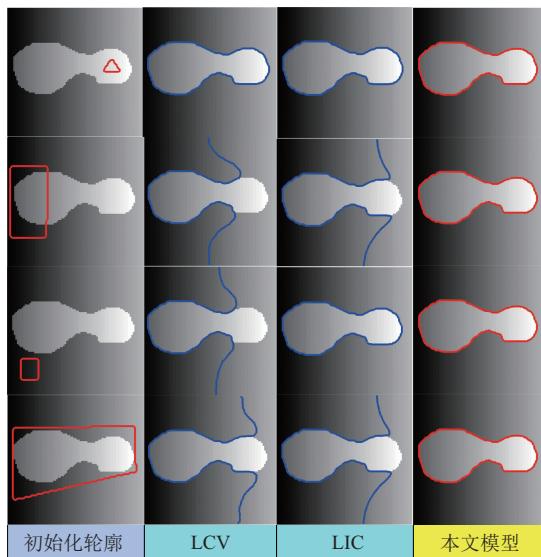


图4 三种模型在合成图像上的实验结果

由于本文模型中结合了图像局部区域信息和梯度权重使其具有更好的鲁棒性，从图4、图5在合成图像和血管图像上的实验对比结果可以看出本文模型在不同初始化轮廓下的分割效果均比较令人满意。

3.3 合成图像分割效果对比

为比较 LCV 模型和 LIC 模型与本文模型对灰度不均图像的分割效果，图6给出3种模型在四组合成图像上的实验结果并给出本文模型分割后的二值化图像，其中三种模型在实验中的参数均根据实验图像选择最佳参数和最优初始化轮廓以保证实验的可信度。

从图6的实验结果可以看出，由于本文模型使用了自适应梯度加权滤波增强了图像的对比度，因此在处理灰度不均匀图像时效果比较理想。

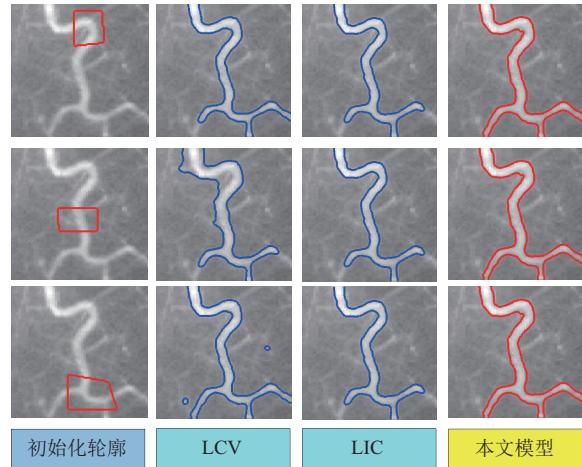


图5 三种模型在真实图像上的实验结果

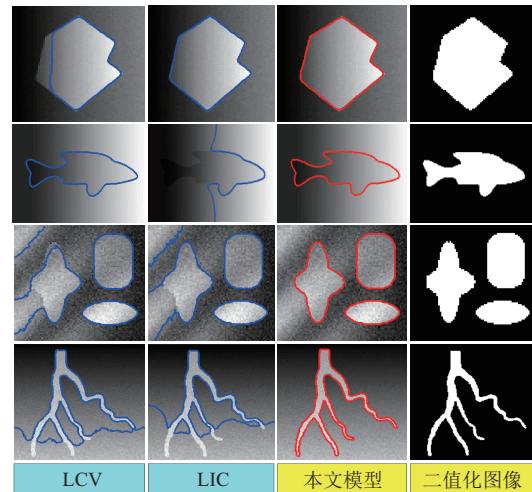
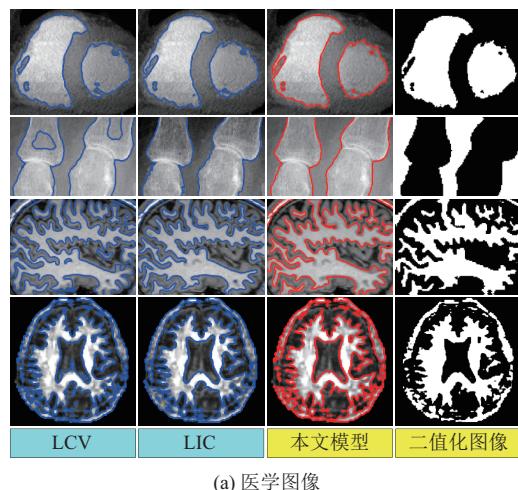


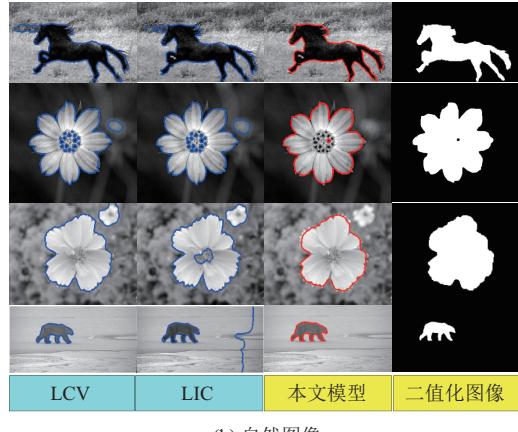
图6 三种模型在合成图像上的分割效果

3.4 真实图像分割效果对比

在自然图像和医学图像中经常存在灰度不均匀现象,因此通过图7展示LCV模型和LIC模型与目标模型在自然图像和真时图像的分割效果并给出本文模型分割后的二值化图像,其中三种模型在实验中的参数均根据实验图像选择最佳参数和最优初始化轮廓以保证实验的可信度。



(a) 医学图像



(b) 自然图像

图7 三种模型在医学图像和自然图像上的分割效果展示

同在合成图像上的实验原理一样,图7的实验结果也验证了本文模型的自适应梯度权重滤波在灰度不均匀图像分割上的优势。

3.5 定量比较

为了比较LCV模型和LIC模型与目标模型的分割精度,我们邀请三位相关工作者手动分割出灰度不均匀图像中的目标物作为标准分割结果。然后分别用LCV模型、LIC模型和目标模型的分割结果与标准分割结果之间求相似度。相似度测量使用杰卡德相似系

数(Jaccard similarity coefficient(JSC))^[17],其公式为:

$$J(O_m, O_t) = \frac{A(O_m \cap O_t)}{A(O_m \cup O_t)} \quad (16)$$

其中 O_m 和 O_t 分别表示三种模型分割结果区域面积和标准分割结果区域面积,A(.)表示区域面积的计算即相并和相交。从公式(15)可以看出JSC的值在区间[0,1],其值越大表示模型分割结果与标准结果越相似,分割结果越好。由于实验数据较多,只对图6中的四组实验求JSC值做比较见表1。

表1 三种模型的JSC值(使用图4中分割结果)

	LCV	LIC	本文模型
第1列	0.8916	0.9885	0.9937
第2列	0.9815	0.3097	0.9916
第3列	0.7544	0.6970	0.9947
第4列	0.3442	0.2770	0.9902

从表1中三种模型的JSC值可以看出,本文模型具有更高的JSC值,其分割结果最接近标准分割结果。

3.6 复杂度分析

由于本文模型使用的梯度加权公式较为简洁,所以梯度权重信息的引入并没有对算法复杂度造成太大的影响。为了比较时间复杂度,统计三种方法对图8中合成图像和自然图像分割时的迭代次数和运算时间见表2,其中三种模型在实验中的参数均根据实验图像选择最佳参数和最优初始化轮廓以保证实验的可信度。

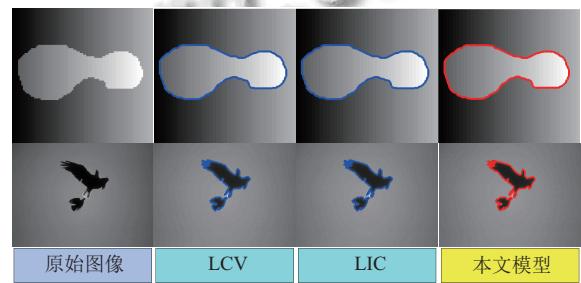


图8 用于统计复杂度的分割实验结果

由于本文模型没有LIC模型能量函数中含有的双重积分,也没有LCV模型能量函数含有的全局信息。因此本文模型能量函数相对来讲较为简洁,从表2的统计结果也可以看出即便引入梯度权重信息对本文模型的复杂度也没有较大影响。

4 结语

为了解决灰度不均匀现象在图像分割中带来的问

题,本文通过在能量函数中使用自适应梯度加权算子提出一种新型的基于局部区域型水平集分割算法,局部区域信息和梯度加权滤波的结合令本文模型在灰度不均匀图像上的分割效果有了显著改善。同时,由于梯度信息具有不变性,所以本文模型对初始化轮廓的鲁棒性也有很大提升。最后,通过与 LCV 模型和 LIC 模型的实验对比也验证了本文模型具有很好的有效性和鲁棒性。

表2 三种模型对图8分割实验迭代次数和运算时间统计

模型	合成图像		自然图像	
	迭代次数	运算时间(秒)	迭代次数	运算时间(秒)
LCV	35	6.04	50	9.48
LIC	20	5.56	14	21.56
本文模型	37	0.34	20	2.56

参考文献

- Wang B, Gao XB, Tao DC, et al. A nonlinear adaptive level set for image segmentation. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2014, 44(3): 418–428. [doi: [10.1109/TCYB.2013.2256891](https://doi.org/10.1109/TCYB.2013.2256891)]
- Yang X, Gao XB, Tao DC, et al. An efficient mrf embedded level set method for image segmentation. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2015, 24(1): 9–21. [doi: [10.1109/TIP.2014.2372615](https://doi.org/10.1109/TIP.2014.2372615)]
- Yang X, Gao XB, Tao DC, et al. Improving level set method for fast auroral oval segmentation. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2014, 23(7): 2854–2865. [doi: [10.1109/TIP.2014.2321506](https://doi.org/10.1109/TIP.2014.2321506)]
- Liu C, Liu WB, Xing WW. An improved edge-based level set method combining local regional fitting information for noisy image segmentation. *Signal Processing*, 2017, 130: 12–21. [doi: [10.1016/j.sigpro.2016.06.013](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.06.013)]
- Wei DC. Region-based level set model for image segmentation. *Advanced Materials Research*, 2013, 616-618: 2223–2228.
- Bai PR, Liu QY, Li L, et al. A novel region-based level set method initialized with mean shift clustering for automated medical image segmentation. *Computers in Biology and Medicine*, 2013, 43(11): 1827–1832. [doi: [10.1016/j.combiomed.2013.08.024](https://doi.org/10.1016/j.combiomed.2013.08.024)]
- Chan TF, Vese LA. Active contours without edges. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2001, 10(2): 266–277. [doi: [10.1109/83.902291](https://doi.org/10.1109/83.902291)]
- Li CM, Kao CY, Gore JC, et al. Implicit active contours driven by local binary fitting energy. *Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Minneapolis, MN, USA. 2007. 1–7.
- Zhang KH, Song HH, Zhang L. Active contours driven by local image fitting energy. *Pattern Recognition*, 2010, 43(4): 1199–1206. [doi: [10.1016/j.patcog.2009.10.010](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2009.10.010)]
- Zhao J, Wang HB, Liu H. Multiphase image segmentation based on improved LBF model. *Proc. of the 12th International Conference on Intelligent Computing*. Lanzhou, China. 2016. 635–644.
- Wang XF, Huang DS, Xu H. An efficient local Chan-Vese model for image segmentation. *Pattern Recognition*, 2010, 43(3): 603–618. [doi: [10.1016/j.patcog.2009.08.002](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2009.08.002)]
- Liu SG, Peng YL. A local region-based Chan-Vese model for image segmentation. *Pattern Recognition*, 2012, 45(7): 2769–2779. [doi: [10.1016/j.patcog.2011.11.019](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2011.11.019)]
- Li CM, Huang R, Ding ZH, et al. A level set method for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities with application to MRI. *IEEE Trans. On Image Processing*, 2011, 20(7): 2007–2016. [doi: [10.1109/TIP.2011.2146190](https://doi.org/10.1109/TIP.2011.2146190)]
- Zhang KH, Zhang L, Lam KM, et al. A level set approach to image segmentation with intensity inhomogeneity. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2016, 46(2): 546–557. [doi: [10.1109/TCYB.2015.2409119](https://doi.org/10.1109/TCYB.2015.2409119)]
- Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989, 42(5): 577–685. [doi: [10.1002/\(ISSN\)1097-0312](https://doi.org/10.1002/(ISSN)1097-0312)]
- Wang L, Li CM, Sun QS, et al. Active contours driven by local and global intensity fitting energy with application to brain mr image segmentation. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2009, 33(7): 520–531. [doi: [10.1016/j.compmedimag.2009.04.010](https://doi.org/10.1016/j.compmedimag.2009.04.010)]
- Ancuti CO, Ancuti C. Single image dehazing by multi-scale fusion. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2013, 22(8): 3271–3282. [doi: [10.1109/TIP.2013.2262284](https://doi.org/10.1109/TIP.2013.2262284)]