

# 基于 GM(1, 1) 预测算法的民航飞机实时轨迹可视算法<sup>①</sup>

钱睿<sup>1</sup>, 乐俊<sup>2</sup>, 刘丹<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(电子科技大学 电子科学技术研究院, 成都 611731)

<sup>2</sup>(西南电子信息技术研究所, 成都 610041)

**摘要:** 针对民航飞机动态飞行可视化中滞后和跳跃问题, 研究并提出了一种基于预测的民航飞机实时轨迹可视化算法. 算法包括轨迹点预测, 目标点行进和误差修正三部分. 轨迹点预测基于 GM(1,1) 算法进行改进, 在每次迭代时依据所有先验点和搜索方向动态调整发展系数. 目标点行进基于预测坐标点提出 TSUS (Time Slice Uniform Speed) 算法, TSUS 算法保证了在既定时间内目标确实移动到目的地, 且能够根据初始速度方向调整轨迹弧度. 误差修正采用分段式误差修正策略, 以平衡不同情况下精确性和实用性. 实验表明, 提出的算法模型可用于民航飞机可视轨迹渲染中, 且能获得良好的效果, 提高系统的可用性和用户体验.

**关键词:** 可视化; GPS; 运动预测; 航空定位; 轨迹追踪

引用格式: 钱睿, 乐俊, 刘丹. 基于 GM(1, 1) 预测算法的民航飞机实时轨迹可视算法. 计算机系统应用, 2017, 26(11): 187-192. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6065.html>

## Real-Time Trajectory Visual Algorithm of Civil Aviation Aircrafts Based on GM(1, 1) Algorithm

QIAN Rui<sup>1</sup>, YUE Jun<sup>2</sup>, LIU Dan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(Research Institute of Electronic Science and Technology, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

<sup>2</sup>(Research Institute of Southwest Electronic Telecommunication Technology, Chengdu 610041, China)

**Abstract:** Aiming at the lagging and jumping problems in dynamic flight visualization of civil aircrafts, a real-time trajectory visualization algorithm for civil aircrafts based on prediction is studied and put forward. The algorithm includes three parts: track point prediction, target traveling and error correction. The track point prediction is improved based on GM(1, 1) algorithm. In each iteration, the development coefficients is dynamically adjusted according to all priori points and the search direction. The target traveling is based on the TSUS (Time Slice Uniform Speed) algorithm, which ensures that the target does indeed move to the destination within a period of time and adjusts the trajectory according to the initial direction. The error correction adopts the segmented error correction strategy to balance the accuracy and practicality of different situations. Experiments show that the algorithm can be effectively applied to visual trajectory rendering of civil aircrafts and improve the usability and user experience of the system.

**Key words:** visualization; GPS; motion prediction; aviation position; trajectory tracking

航空运输业的发展使现代人的生活更加便利, 而民航飞机作为航空运输的载体, 在其中扮演者重要的角色. 民航飞机传递位置信息, 使相关人员了解飞机位置是保证航空安全的重要手段. 为了更直观的表达位置信息, 可视化界面应需而生.

民航飞机传输定位信号主要依靠 ADS-B (Automatic Dependent Surveillance-Broadcast, 广播式自动相关监视) 报文, 其中包括了经度、纬度、高度、速度、航向、识别号等信息<sup>[1]</sup>. 通过自动周期性发送 ADS-B 报文, 监测站即可获得飞机相关信息. ADS-B 报文中

① 收稿时间: 2017-03-01; 修改时间: 2017-03-16; 采用时间: 2017-03-23

的飞机位置信息和运动信息是通过解析 GPS、北斗等定位系统获取的<sup>[2]</sup>。

定位可视化技术应用在许多领域,由于 web 端先天的兼容性,使得其也成为定位数据可视化的重要载体<sup>[3]</sup>。目前常见的方式有两种。

第一种方式是通过接收到的目标位置信息,将目标在可视界面上对应点的位置进行更新,以达到显示目标位置的目的。此种方式能够准确反映目标位置信息,但存在两点不足。第一,目标轨迹不连续,观察者无法感受到目标移动过程,在下一定位信号获取之前,用户无法获知目标情况。第二,定位信号存在滞后性,在收到信号后才进行位置更新,如果目标持续移动,则可视界面中的位置会滞后于实际位置。目前,此种方式常用于现有的民航飞机定位可视化设备上。

第二种方式是在第一种方式上的改进,它在收到位置信息后,将可视化界面的目标点移动到新的位置,提高了一定的用户体验,用户能够看到目标点的移动。但仍然没有解决根本问题,并且出现了不符合现实情况的轨迹,例如跨越了障碍,轨迹不平滑等问题<sup>[4]</sup>。此种方式目前多用于地面移动目标定位的可视化系统中<sup>[5]</sup>。

目前,飞行相关数据可视化的研究大都是飞机本身的姿态方面<sup>[6]</sup>。本文针对民航飞机轨迹可视化的需求,基于移动预测的方式,研究在二维场景下利用周期 ADS-B 报文进行飞机行进动画的渲染算法,提出了基于预测的民航飞机实时轨迹可视算法,使得可视化界面中飞机目标点移动更加精确和平滑,用户体验得到了提升。

## 1 算法设计及基本流程

为实现民航飞机轨迹可视化,需要周期性获取飞机 ADS-B 报文。ADS-B 报文中包括经度、纬度、高度、时间、南北方向速度,东西方向速度,垂直速度等信息。本文仅讨论二维空间中的可视化问题,且获取信号周期  $T$  固定,所以仅需要经度、纬度、东西方向速度、南北方向速度 4 个参数。三维空间的可视化问题可类比。

飞机轨迹可视化的渲染可分为三个步骤进行,依次是:轨迹点预测、目标点行进和误差处理。

1) 轨迹点预测主要是用来先行预测下一坐标点,使得在未收到下一坐标点实际信号之前,飞机的可视化点可以先行移动,保证了可视化的连贯性。

2) 目标点行进则是当预测出下一坐标点时,飞机可视化点向前行进的策略,既要保证在时间间隔内移动到目标点,又要保证轨迹平滑达到良好的可视效果。

3) 因为预测是无法做到非常精确的,与实际坐标之间必然会存在误差,误差修正就是对此的一种修正,是提高精确度的关键步骤。而关于 GPS 信号传输和计算中产生的误差修正不在本文的讨论范围内,相关方法请参考文献<sup>[7]</sup>。本文认为获得的 GPS 定位坐标即是可视化中需要展示的位置信息。

本文提出的民航飞机轨迹可视化算法流程如图 1。

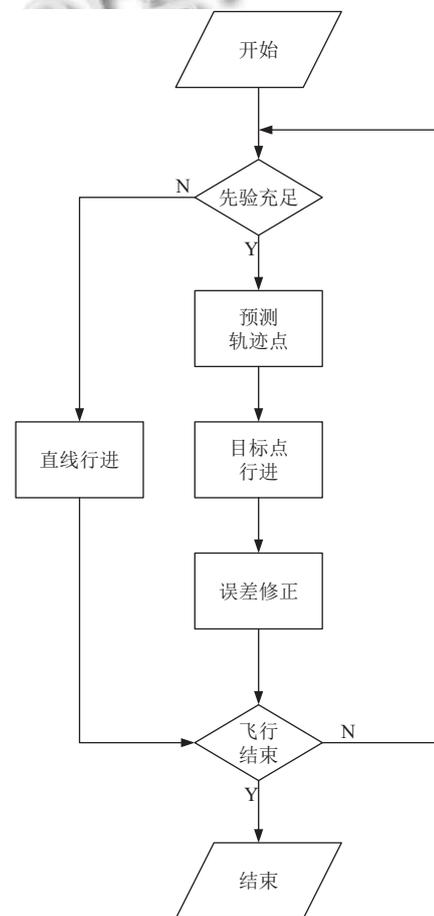


图 1 算法流程图

## 2 算法关键理论

### 2.1 基于 GM(1, 1) 的预测模型

针对可视化需求而研究的飞行轨迹预测算法并不多见。但仍有一些轨迹预测算法被提出,如基于高斯混合模型的轨迹预测算法<sup>[8]</sup>等;也有采用已有滤波算法应用于空中飞行轨迹预测研究分析<sup>[9]</sup>。这些算法普遍计算复杂度高,性能开销大,无法满足可视化系统的要求。

本节针对此问题,基于GM(1,1)预测算法<sup>[8]</sup>提出了一种预测模型.预测轨迹点采用基于灰色预测模型加以优化的预测模型.

给定数据序列 $x^{(0)}(k) = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(k)\}$ ,对给定的数据序列进行一次累加,序列为 $x^{(1)}(k) = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(k)\}$ ,且满足微分方程:

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b$$

式中,

$$x^{(1)}(k) = \sum_{n=1}^k x^{(0)}(n)$$

根据灰色系统生成理论,可将微分方程转换为 $Y_N = B\hat{a}$ ,其中,

$$Y_N = \begin{bmatrix} x^{(0)}(1) \\ x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \dots \\ x^{(0)}(k) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -x^{(1)}(1) & 1 \\ -x^{(1)}(2) & 1 \\ -x^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -x^{(1)}(k) & 1 \end{bmatrix}, \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

运用最小二乘法求出上式解,即可得到GM(1,1)灰色预测模型方程:

$$\hat{x}^{(1)}(k) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{a(1-k)} + \frac{b}{a}$$

其中, $a$ 为发展系数.

根据灰色预测模型,可以求得 $\hat{x}^{(1)}(k)$ 是 $x^{(1)}(k)$ 的拟合值,然后进一步可以利用还原公式求得 $x^{(0)}(k)$ 的拟合值:

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)$$

即求得了原始序列的拟合值.

在求解过程中,发展系数 $a$ 与精度密切相关,工程中常常根据先验经验取一个固定值,通常情况下取值范围为 $0 < -a \leq 0.3$ 时可用于中长期预测; $0.3 < -a \leq 0.5$ 时可用于短期预测.但全部预测过程采用统一发展系数,会使得在不同阶段预测准确度不同且偏差较大.本文针对实际场景动态设置 $a$ 值,以提高预测精度. $b$ 为背景中挖掘出的信息数据,通常是一个定值,由具体场景提供.

GM(1,1)模型精度检验通常采用残差,后验差,关联度三种方式,本文将采用相对残差进行检验,并根据每次的检验结果调整发展系数 $a$ 的取值.

残差 $E(k)$ 定义为:

$$E(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$$

相对残差 $e(k)$ 则为:

$$e(k) = \frac{E(k)}{x^{(0)}(k)} = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100\%$$

其中,

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)$$

灰色模型中当 $k=1$ 时模型必成立,且 $\hat{x}^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ ;当 $k \geq 2$ 时,则模型方程组为超定方程组,采用最小二乘法求解系数 $a$ .而 $a$ 的最佳化问题则转换为残差或残差百分比的最小化问题,即为:Minimize : $e(k)$ ;  $0 < -a \leq 1$ 下的有约束条件的非线性规划问题.

约束条件采用航路信息的先验知识进行约束.航路是指由国家统一划定的具有一定宽度的空中通道.民航航班通常在航路内行驶,所以采用航道边缘为边界条件.

在航路行进方向上给定边界值,使得最终预测点在边界范围内.由此需要确定搜索方向,在给定搜索方向上的预测值满足 $e(k)$ 取值最优条件即可.

记进行第 $k+1$ 轮迭代时, $\hat{x}^{(0)}(k+1) = x^{(0)}(k) + t_k P_k$ ,其中 $t_k$ 是位移步长,与速度和时间有关. $P_k$ 为搜索方向, $|P_k| = 1$ .得:

$$E(k+1) = x^{(0)}(k+1) - x^{(0)}(k) + t_k P_k$$

求得 $E(k+1)$ 的极小值点和在航路边界处的边界值点,即可得到对应的 $P_{ki}$ .设 $P_{ki}$ 与瞬时速度方向夹角为 $\varphi_i$ ,舍去 $\sin \varphi_i \leq 0$ 的方向.剩余的 $P_{ki}$ 使得 $E(k+1)$ 最小的值即为 $P_k$ .

由此我们得到了搜索方向 $P_k$ ,带入 $P_k$ 可以得到方程:

$$\left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{a(1-k)} + \frac{b}{a} = x^{(0)}(k) + x^{(1)}(k-1) + t_k P_k$$

解方程可得发展系数 $a$ .再由灰色预测模型方程,得到第 $k$ 个点的一次累加预测值 $\hat{x}^{(1)}(k)$ ,使用还原公式得到第 $k$ 个点的预测值 $\hat{x}^{(0)}(k)$ .

## 2.2 TSUS 算法

为保证行进过程及时且平滑,本文提出了TSUS算法,即时间片匀速行进算法.包括分量匀速率和速度匀转动方向两部分.

行进是指从当前点运动到下一预测点的过程,其

关键在于速度控制. 本文速度采用垂向分量匀速, 速度方向采用匀角速度向内偏转法, 可以确保在时间间隔点目标平滑运动到下一点的位置.

记第  $k$  点坐标为  $p_k = (x_k, y_k)$  第  $k+1$  点的预测坐标为  $\hat{p}_{k+1} = (\hat{x}_{k+1}, \hat{y}_{k+1})$ , 记  $p_k$  到  $\hat{p}_{k+1}$  位移向  $l_k$ , 有:

$$l_k = (\hat{x}_{k+1} - x_k, \hat{y}_{k+1} - y_k)$$

则  $p_k$  到  $\hat{p}_{k+1}$  的直线距离为  $|l_k|$ , 位移方向向量为  $i_k = l_k / |l_k|$ .

目标在  $k$  点的瞬时速度为  $v_k = (u_k, w_k)$ , 瞬时速度方向向量为  $e_k = v_k / |v_k|$ .

求出  $k$  点瞬时速度与位移向量的夹角  $\theta_k$ , 满足:

$$\cos \theta_k = l_k v_k / |l_k| |v_k|$$

取适当单位时间  $t_0$ , 将定位信号的时钟周期  $T$  按  $t_0$  分段, 得到  $n$  段时间片  $\{t_i\}$ , 即:

$$T = \sum_{i=1}^n t_i, \forall i \in [1, n] t_i = t_0$$

同时, 将  $|l_k|$  和  $2\theta_k$  也做  $n$  等分, 得到每个时间片内的位移距离  $\Delta l = |l_k|/n$  和角度偏转量  $\Delta \theta = 2\theta_k/n$ .

行进控制, 使目标点按时间片依次行进, 在每个时间片内的速度在位移方向上的分量为  $u_i = l_k/n$ . 每个时间片内的速度向量与位移向量的夹角与前一个时间片相比变化为  $\pm \Delta \theta$ , 当位移方向角大于  $k$  点瞬时速度方向角时取+, 否则取-.

最终得到, 目标在时间片  $t_i$  内的运动状态方程:

$$v_i = (u_i, w_i)$$

满足:

$$\begin{cases} \frac{u_i u_k + w_i w_k}{\sqrt{u_i^2 + w_i^2} \times \sqrt{u_k^2 + w_k^2}} = \cos(i2\theta_k/n) \\ u_i^2 + w_i^2 = \frac{u_k^2 + w_k^2}{[nt_0 \cos(\theta_k \pm i2\theta_k/n)]^2} \end{cases}$$

### 2.3 误差修正策略

由于预测误差在预测模型中不可避免, 所以对预测误差的修正策略也直接影响到可视化中信息准确性和平滑度. 本文对误差修正的策略建立在可视化的实际应用场景上, 即在以可视化界面中能够反映出定位和移动情况即可. 依据以上条件, 本文提出分段式误差处理策略.

设目标点当前位置为  $\hat{p}_k = (\hat{x}_k, \hat{y}_k)$ , 收到的 GPS 信号坐标为  $p_k = (x_k, y_k)$ , 第  $k-1$  点坐标为  $p_{k-1} = (x_{k-1}, y_{k-1})$ , 则时间周期内的实际位移距离  $d_k$  为:

$$d_k = \sqrt{(\hat{x}_k - x_{k-1})^2 + (\hat{y}_k - y_{k-1})^2}$$

误差为:

$$e_k = \sqrt{(\hat{x}_k - x_k)^2 + (\hat{y}_k - y_k)^2}$$

1) 若  $e_k/d_k \leq 2\%$ , 则认为在可视化中显示位置没有明显变化. 此时目标图标不移动, 但需要使用实际位置信息进行下一次预测.

2) 若  $2\% < e_k/d_k \leq 10\%$ , 则认为预测点与实际位置之间存在需要修正的误差. 为保证轨迹平滑, 将目标点位移到实际位置的过程纳入下一次行进过程的第一段时间片. 由于误差较小, 所以采用直线行进的方式, 对观看者而言平滑度不会受到太大影响.

3) 若  $10\% < e_k/d_k$  时, 则认为误差太大, 属于预测失误情况. 此类情况一般在行进轨迹波动剧烈时会发生. 此时准确性的需求大于动画的视觉平滑性, 行进退化为直接跳转方式, 即目标点直接跳转至实际位置.

对速度方向的误差修正则容易许多, 因为瞬时速度方向不会影响视觉平滑性, 所以采用直接舍弃原始速度信息, 采用 GPS 信号瞬时速度.

## 3 实验分析

根据中国民航局相关规定及《航空承运人例行航空器追踪监控实施指南》中的要求, 自 2016 年 12 月 1 日起, 我国民航全面实现客机全球追踪监控. 所有我国民航客机在每 15 分钟或更短时间周期内, 须通过现有机载设备自动向地面运行控制部门发送飞机所在经度、纬度、高度和位置信息, 以确保地面实时掌握飞行中客机的准确位置.

根据以上规定, 中国航空公司航班均需在一时间段内自动向地面站提交位置及相关信息, 这为自动获取数据绘制可视化界面提供了基础. 从性能角度考虑, 由于空管场景数据量非常大, 同时在运行中的航班非常多, 如果采样时间较短, 将对服务器性能产生较大压力. 但国内航班由于航程较短, 采用上限的 15 分钟采集时长又不利于界面绘制.

民航统计信息表明平均每天飞行航班架次约为 10500 架次, 峰值时间空中同时约有 3000 余架飞机. 所以本文采用 5 分钟时间周期, 即队列数据处理时间平均 0.1s 左右, 符合实际应用. 同时, 结合实际数据样例进行试验.

坐标采用某次航班平飞阶段中 120 分钟内的定位点数据, 采集时间间隔为 5 分钟. 航班坐标数据如表 1 所示.

表 1 实测经纬度坐标

序号	经度	纬度	序号	经度	纬度
1	120.011	30.795	13	111.331	30.259
2	119.279	30.496	14	110.489	30.263
3	118.573	30.229	15	110.030	30.277
4	117.849	30.003	16	109.209	30.290
5	117.071	30.049	17	108.501	30.296
6	116.298	30.024	18	108.007	30.314
7	115.504	30.136	19	107.533	30.387
8	115.003	30.240	20	107.072	30.429
9	114.217	30.233	21	106.285	30.426
10	113.513	30.241	22	105.588	30.431
11	112.898	30.253	23	104.741	30.427
12	112.033	30.255	24	103.998	30.439

飞机的航向是指从所取基准线北端沿顺时针方向与飞机纵轴在水平面上的投影间的夹角. 基准线取地球子午线得到的夹角称为真航向. 本文描述飞机飞行速度方向采用真航向. 真航向角度可以由经纬度坐标差值求得. 即:

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}}{y_1 - y_0}$$

使用以上数据进行实验验证. 在第 1 点预测时由于没有足够的先验点, 故采用直线行进. 从第 2 点开始, 预测结果如图 2, 和图 3 所示.

针对预测结果, 计算预测准确度. 本文采用后验方差比进行检验. 具体步骤和计算方法如下:

1) 依据前文提到残差和相对残差的计算公式, 分别计算残差  $E(k)$  和相对残差  $e(k)$ .

2) 分别计算实际经纬度  $x^{(0)}$  的均值  $\bar{x}^{(0)}$  和方差  $S^{(0)}$  以及残差的均值  $\bar{E}$  和方差  $S_E$ , 有:

$$\bar{X}^{(0)} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N x^{(0)}(k)$$

$$S^{(0)} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N [x^{(0)}(k) - \bar{X}^{(0)}]^2}$$

$$\bar{E} = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=2}^N E(k)$$

$$S_E = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N [E(k) - \bar{E}]^2}$$

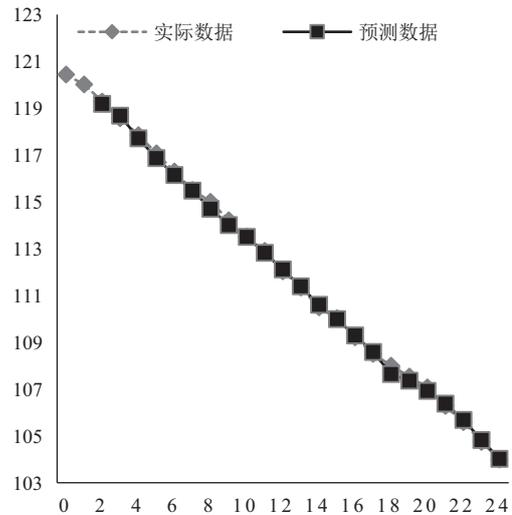


图 2 经度预测结果图

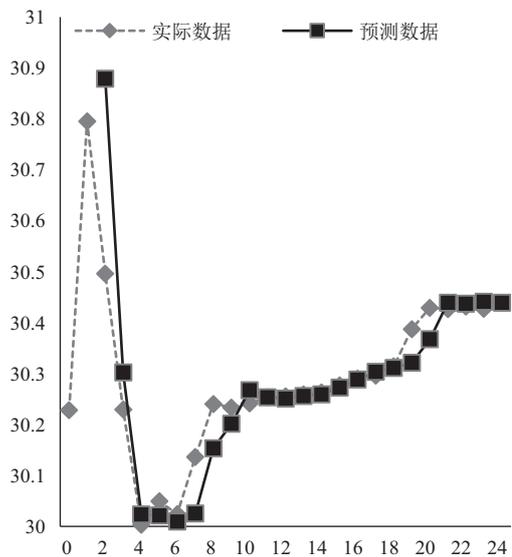


图 3 纬度预测结果图

3) 计算后验方差比  $C$ :

$$C = \frac{S^{(0)}}{S_E}$$

计算结果如表 2 所示.

由实验结果和上述误差计算结果可知, 本文提出的预测模型总体上能够较为准确的预测飞机坐标点位置, 满足可视化对定位点预测的要求. 但若坐标位置变化波动较大则会产生较大的误差. 从结果上看, 经度变化比较平稳, 预测较为精确, 而纬度在波动比较大的点明显存在误差, 而误差较大的点会采用直接跳转策略消除误差, 但会影响视觉平滑度.

表2 误差检验结果

序号	经度验证结果	纬度验证结果	序号	经度验证结果	纬度验证结果
2	0.0314	0.2873	14	0.0381	0.0563
3	0.0322	0.1534	15	0.0327	0.0601
4	0.0423	0.1347	16	0.0313	0.0583
5	0.0501	0.1476	17	0.0309	0.0892
6	0.0494	0.1339	18	0.0314	0.0642
7	0.0483	0.2171	19	0.0389	0.1789
8	0.0702	0.2163	20	0.0916	0.1714
9	0.0491	0.1492	21	0.0599	0.0883
10	0.0481	0.1515	22	0.0437	0.0814
11	0.0488	0.0931	23	0.0577	0.0942
12	0.0392	0.0683	24	0.396	0.0695

基于上述预测值, 绘制目标点行进轨迹. 依据本文提出的行进算法, 取定位信号获取时间间隔  $T = 5 \text{ min}$ , 单位时间  $t_0 = 1 \text{ min}$ , 绘制的移动轨迹如图4所示.

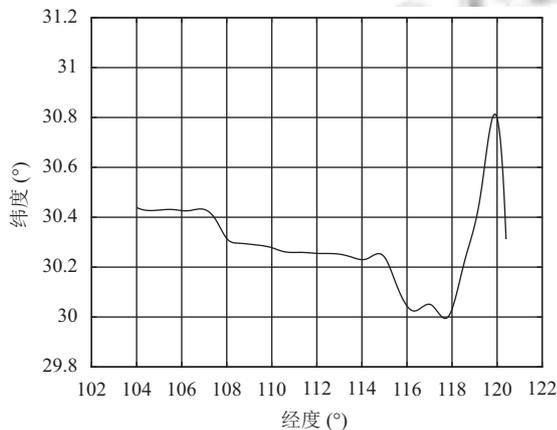


图4 民航飞机可视轨迹图

由轨迹图看出, 本文提出的可视化行进算法基本保证了视觉上的连续性, 提升了用户体验. 但由于采样间隔较长, 导致在前后坐标点波动过大的位置预测失误, 为修正较大误差产生了跳转轨迹尖角. 但从可视化角度来看, 在定位点处的坐标位置仍然较为精确, 可以认为界面上的信息显示准确, 而轨迹也比直接连接处的折线图更为形象. 由此可以得出结论, 本文提出的行进算法在可视化轨迹的绘制上具有实用性.

## 4 结语

本文基于民航飞机的航行特点, 结合实际需求和

条件, 提出了一种基于民航飞机通信中定位数据的轨迹可视化渲染算法. 该方法特点在于能够通过已有信息和航路等限定条件预测飞机走向, 在传统 GM(1, 1) 模型上依据预定条件提出了发展参数的非线性规划最优性解法. 继而在轨迹构建上提出了简单且有效的行进算法. 最终通过误差修正保证了正确性. 这一算法模型经过实际数据的测试验证, 证明了其能良好的作用于民航飞机轨迹的渲染, 为提供民航可视化系统打下基础.

目前本文提出的模型已经应用于民航飞行实时数据可视化系统的设计中, 该系统基于地理效果图<sup>[10]</sup>展示飞机飞行轨迹及相关信息. 系统验证, 本文提出模型在飞机位置预测及可视化方面具有较好的效果.

## 参考文献

- 张鹏, 刘意, 段照斌. 基于 BDS/GPS 的 ADS-B 信号源的研究. 测控技术, 2015, 34(1): 12-15, 19.
- 雷静. GPS/北斗定位解算算法的研究[硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2013.
- 肖寒冰, 方路平. 一种 webGIS 数据可视化方法. 计算机系统应用, 2010, 19(12): 81-85. [doi: 10.3969/j.issn.1003-3254.2010.12.016]
- 石波, 卢秀山, 陈允芳. 应用 EKF 平滑算法提高 GPS/INS 定位定姿精度. 测绘科学技术学报, 2012, 29(5): 334-338.
- 计宏伟, 沈亚强. 一种可视化的定位系统设计. 微型机与应用, 2014, 33(14): 82-84, 87. [doi: 10.3969/j.issn.1674-7720.2014.14.026]
- 李春香. 飞行数据可视化技术研究. 中国安全科学学报, 2009, 19(1): 166-171.
- 乔少杰, 金琨, 韩楠, 等. 一种基于高斯混合模型的轨迹预测算法. 软件学报, 2015, 26(5): 1048-1063. [doi: 10.13328/j.cnki.jos.004796]
- 徐肖豪, 杨国庆, 刘建国. 空管中飞行轨迹预测算法的比较研究. 中国民航学院学报, 2001, 19(6): 1-6.
- 孔令云, 沈韵. 灰色预测模型 (GM(1, 1)) 预测精度浅析. 公路交通科技, 2008, 25(9): 346-349.
- 赵庆展, 张清, 宁川. 基于 OpenGL 的 DEM 地形可视化和虚拟漫游系统. 计算机系统应用, 2006, 15(5): 66-69.