

基于类内类间距离的 KL 散度聚类分割算法^①



刘璐¹, 吴成茂²

¹(西安交通工程学院 通信与人工智能学院, 西安 710049)

²(西安邮电大学 电子工程学院, 西安 710121)

通信作者: 刘璐, E-mail: 1270687996@qq.com

摘要: 当前基于 KL 散度的模糊聚类分割研究面临两个核心挑战: (1) 如何有效平衡算法的抗噪性与计算效率, 以满足实时性应用需求; (2) 如何避免非凸目标函数导致的局部最优问题, 提升在复杂图像上的准确性和稳定性. 针对以上问题, 本文提出了一种融合类内类间距离测度与 KL 散度的快速模糊聚类图像分割算法. 首先, 摒弃了仅最小化类内距离的传统思想, 通过构建类内距离最小化与类间距离最大化之差作为新目标测度, 使得类内距离尽量最小化而类间距离尽量最大化, 保证了样本点归类时能精确地找到相应的类别, 提高样本分类的准确性. 其次, 将 KL 散度与图像直方图相结合, 一方面利用 KL 散度增强对噪声和非均匀数据的鲁棒性, 另一方面借助直方图大幅减少算法迭代的计算数据量, 在提升区域一致性的同时确保了算法的高效性, 有效解决了现有方法在鲁棒性、准确性与实时性难以兼得的困境, 使得算法在医疗、智能驾驶、机器人导航等领域更适用. 通过大量不同种类图像分割测试结果证实, 本文所提出的新类内类间基于 KL 散度的模糊 C 均值聚类算法是有效的, 尤其分割噪声较大的大篇幅图片时分割效果较好, 既能去除噪声又能满足实时性分割要求.

关键词: 聚类分析; 模糊 C 均值聚类; 类内类间距离; KL 散度; 图像分割; 噪声鲁棒性; 直方图; 实时性

引用格式: 刘璐, 吴成茂. 基于类内类间距离的 KL 散度聚类分割算法. 计算机系统应用. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/10095.html>

KL Divergence Clustering Segmentation Algorithm Based on Intra-class and Inter-class Distance

LIU Lu¹, WU Cheng-Mao²

¹(School of Communication and Artificial Intelligence, Xi'an Traffic Engineering Institute, Xi'an 710049, China)

²(School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)

Abstract: The current research on KL divergence-based fuzzy clustering segmentation faces two core challenges. The first is how to effectively balance the noise tolerance and computational efficiency of the algorithms to meet the requirements for real-time performance. The second is how to avoid the local optimum caused by non-convex objective functions and improve the accuracy and stability of complex images. To this end, this study proposes a fast fuzzy clustering image segmentation algorithm that integrates intra-class and inter-class distances and KL divergence. Firstly, the classical idea of solely minimizing the intra-class distance is abandoned, and a new objective metric based on the difference of minimizing the intra-class distance and maximizing the inter-class distance is constructed, which ensures the minimization of intra-class distance and maximization of inter-class distance. Additionally, this guarantees that the sample points can accurately find its corresponding class during classification. Secondly, KL divergence is innovatively combined with histograms of images. On the one hand, KL divergence is employed to enhance the robustness for noise and non-uniform data. On the other hand, the utilization of the histograms can greatly reduce the data amount of algorithm iteration, which improves the local consistency and ensures the algorithms' efficiency. As a result, the difficulty of

^① 基金项目: 陕西省教育厅科学研究计划 (24JK0531)

收稿时间: 2025-08-05; 修改时间: 2025-09-16, 2025-09-29; 采用时间: 2025-10-14; csa 在线出版时间: 2026-01-08

existing methods in balancing “robustness”, “accuracy” and “real-time performance” is solved to make the algorithm more applicable to fields such as medicine, intelligent driving, and robot navigation. A large number of various kinds of image segmentation tests show that the proposed intra-class and inter-class KL divergence-based fuzzy C-means clustering algorithm is effective, especially for segmenting large images with big noise. The algorithm can not only remove noises but also satisfy the requirements of real-time segmentation.

Key words: cluster analysis; fuzzy C-means clustering; intra-class and inter-class distance; KL divergence; image segmentation; noise robustness; histogram; real-time performance

图像分割在模式识别^[1]和计算机视觉^[2,3]方面承担着重要角色,其本质是从背景中提取有价值的目标特征,广泛应用于医学影像分析^[4]、遥感图像解译^[5]、自动驾驶场景感知^[6]等对鲁棒性和分割实时性要求较高的领域。但是图像中含有噪声或者存在模糊等复杂现象导致分割算法面临一定的挑战。聚类分割算法^[7,8]的特点是具有无监督性且灵活性较高,因此引起学者们研究的热潮,与早期的硬聚类方法相比较,模糊聚类算法^[9-11]通过隶属度来判别样本的归属类别的模糊性更具有优势。可是早期比较常用的模糊 C 均值 (FCM) 算法核心思想将样本点与类别的欧氏距离作为测度,没有考虑邻域相关性,因此其分割效果不具有优势,抗噪性较差且类别归类不够准确。为了提高算法的鲁棒性,Wang 等^[12]在所提算法中融入 ε -不敏感损失函数,后来学者们^[13-15]对该算法进行改进,算法引入 KL 散度并融合神经网络框架提高了图像分割的鲁棒性,但是该目标函数具有非凸性,因此算法面对图像中数据分布不均匀的情况下通常会陷入局部最优,导致抗噪能力较弱且鲁棒性较差。张尧等^[16]提出了基于特征选取的鲁棒模糊聚类分割算法,该算法将 KL 散度与邻域空间信息相结合,利用 KL 散度与特征选取共同制约,比较适合复杂目标的提取,但是该算法分割效果优劣完全取决于特征选取质量的好坏,对于图像的特征维度较高或者存在冗余现象时,会降低分割效果的准确度。Wei 等^[17]提出基于低秩张量约束的模糊多视图聚类方法,利用低秩张量约束条件能处理多视图信息融合的问题,具有一定的抗噪性,但是该算法对聚类中心及张量分解的初始化较敏感。王小鹏等^[18,19]提出了自适应非局部空间约束算法,实现了对非局部空间信息搜索窗口和邻域窗口大小的自适应计算,但是存在多个需要手动预设的参数的问题。吴嘉昕等^[20]提出增强空间信息的快速自适应模糊聚类图像分割算法,同时融合了图像

的局部和非局部空间信息提升了鲁棒性和抗噪声能力,但时间复杂度仍较高。Zarinbal 等^[21]在算法中运用了相对熵制约了隶属度的分布情况,提出了相对熵模糊 C 均值聚类 (REFCM) 算法,提高了聚类的鲁棒性和准确性,但是该算法计算过程中复杂度较高,因此不满足图像分割的实时性。赵泉华等^[22]提出一种引入隶属度空间正则化项的模糊聚类方法,考虑了邻域像素之间相关度,提高了图像分割的抗噪性,但是参数的敏感性会制约算法的分割效果且由于增加了邻域约束扩大了迭代过程中的计算量,增加了图像分割时间复杂度,难以应用于实时性要求较强的应用领域。

综上所述,当前基于 KL 散度的模糊聚类分割研究仍面临两个核心挑战:(1) 如何有效平衡算法的抗噪性与计算效率,以满足实时性应用需求;(2) 如何避免非凸目标函数导致的局部最优问题,提升在复杂图像上的准确性和稳定性。

针对以上问题,本文提出了一种融合类内类间距离测度与 KL 散度的快速模糊聚类图像分割算法。首先,摒弃了仅最小化类内距离的传统思想,通过构建类内距离最小化与类间距离最大化之差作为新目标测度,使得类内距离尽量最小化而类间距离尽量最大化,保证了样本点归类时能精确地找到相应的类别,提高样本分类的准确性。其次,将 KL 散度与图像直方图相结合,一方面利用 KL 散度增强对噪声和非均匀数据的鲁棒性,另一方面借助直方图大幅减少算法迭代的计算数据量,在提升区域一致性的同时确保了算法的高效性,有效解决了现有方法在鲁棒性、准确性与实时性难以兼得的困境,使得算法在医疗、智能驾驶、机器人导航等领域更适用。

1 模糊 C 均值聚类

模糊 C 均值聚类算法^[23]是模糊聚类算法中被广泛

使用的软聚类算法,相较于硬聚类算法而言,允许样本点根据隶属度值从属于多个类,在处理模糊性、重叠性及不确定性数据时具有一定的优势,其目标函数可表示为:

$$J_{FCM}(U, V) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c u_{ij}^m d_{ij}^2 \quad (1)$$

隶属度与聚类中心表达式为:

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{ij}^2}{d_{ik}^2} \right)^{1/(m-1)}}, \quad v_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m x_i}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m}$$

其中, c 是指分类数目, m 是模糊化调节因子, v_j 是指聚类中心, u_{ij} 是指像素点从属于 j 类的隶属程度. 其中 $d_{ij}^2 = d_{ij}^2(x_i, v_j) = \|x_i - v_j\|^2$ 是样本点 x_i 与簇中心 v_j 的欧氏距离.

2 基于类内类间距离的 KL 散度聚类方法

本文结合类内距离和类间距离之差新测度和 KL 散度的隶属度正则项,提出一种新聚类算法: 1) 将类内距离和类间距离相结合,既考虑了图像分割时类别内部所有样本彼此之间的相似程度又顾及不同类别之间样本彼此之间的差异性. 2) 融入 KL 散度的隶属度正则项,它适合图像直方图数据的概率分布特性,通过度量像素/区域间颜色或纹理分布的差异(而非单纯几何距离),能更鲁棒地处理光照变化、噪声干扰,并准确捕捉复杂纹理边界,尤其适合分割色彩或纹理特征呈非均匀分布的区域.

2.1 目标函数

鉴于 FCM 算法仅考虑类内紧密程度,不能准确地分割图像,因此本文又进一步分析类间分离程度,将类内紧密程度与类间分离程度相融合作为算法的新测度,如果样本中的样本与类的距离 d_{ij}^2 达到最小时,表明这时样本的类内联系最为紧密,如果类与类之间的距离 d_{jk}^2 达到最大时,表明样本的类间联系最为离散. 当既考虑类内距离又考虑类间距离时,需要类内距离 d_{ij}^2 与类间距离 d_{jk}^2 之差为最优解时,才能使得目标函数取得最小值,进而获得最好的分割效果. 因此在类间距离前添加可以调节的参数 θ 便于帮助整个测度获取最佳状态,其表达式为:

$$D_{ij}^m = \left| d_{ij}^2 - \theta d_{jk}^2 \right| = \left| \|x_i - v_j\|^2 - \theta \|v_j - v_k\|^2 \right| \quad (2)$$

本文算法将样本与类别之间的距离和类别与类别之间的距离作为新的测度,既保证了样本与类别之间距离最小化又考虑了类别与类别之间距离最大化,从而使得目标函数达到最优化,每个样本点归类更精确,而且图像分割中类与类的划分性更强,算法的分割效果最好. 该目标函数的表达式是:

$$J(U, V) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^c u_{ij}^m \left| d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2 \right| \quad (3)$$

为了提高聚类结果的稀疏性、抗噪性和可解释性,需要在传统 FCM 的目标函数基础上引入基于 KL 散度的隶属度正则项,该正则项的任务是作为评判来判断像素点的归属情况,通过惩罚均匀分布的隶属度,使得样本以更高概率属于少数簇(甚至单一簇),同时保留 FCM 处理非线性数据的能力,让图像中的样本点在保持聚类灵活性的同时又要根据隶属度值规定最终属于某一个具体的簇,避免了样本点同时属于多个簇而导致图像分割不清楚,让聚类的结果既准确又好理解. 新提出的基于 KL 聚类目标函数为:

$$J(U, V) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^c u_{ij}^m \left| d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2 \right| - \theta \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ij} \ln \left(\frac{u_{ij}}{u_{ki}} \right) \right) \quad (4)$$

其中, $d_{ij}^2 = d_{ij}^2(x_i, v_j) = \|x_i - v_j\|^2$ 是样本点 x_i 与簇中心 v_j 的欧氏距离. d_{jk}^2 为簇中心 v_j 与簇中心 v_k 的类间距离, α 是大于 0 的可调参数, θ 是可调参数.

2.2 隶属度

为了使得目标函数获取最小值,首先利用拉格朗日乘子 $\lambda_i (j = 1, 2, 3, \dots, n)$ 算法建立一个目标优化函数如下:

$$J(U, V) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^c u_{ij}^m \left| d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2 \right| - \theta \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ij} \ln \left(\frac{u_{ij}}{u_{ki}} \right) \right) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \left(\sum_{j=1}^c u_{ij} - 1 \right) \quad (5)$$

为了求出目标函数式(5)的最优隶属度的值,对其隶属度求导数,再让求取的导数为 0,即:

$$mu_{ij}^{m-1} |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2| - \theta \ln u_{ij} - \theta + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c \ln u_{ki} - \lambda_i = 0 \quad (6)$$

由式(6)无法直接获得 u_{ij} 与 u_{ki} ,所以利用 $\exp(-y_{ij})$ 和 $\exp(-y_{ki})$ 来表示 u_{ij} 与 u_{ki} ,同时也保证了其边界的一致性.因此式(6)可表示为:

$$m \exp(-(m-1)y_{ij}) |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2| + \theta y_{ki} - \theta - \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c y_{ki} - \lambda_i = 0 \quad (7)$$

利用式(7)求出 y_{ij} ,即:

$$y_{ij} = \frac{\lambda_j + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c y_{ki} + \theta}{\theta} + \frac{1}{m-1} W_0 \left(\beta \exp \left(- (m-1) \frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c y_{ki} + \theta}{\theta} \right) \right) \quad (8)$$

$$\beta = \frac{-m(m-1) |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|}{\theta} \quad (9)$$

其中, $W_0(\cdot)$ 是朗伯W函数,即为 $f(w) = we^w$ 的反函数,如若明确函数值 $f(w)$ 时则可通过朗伯W函数求取 w 值. e^w 为指数函数, w 为复数域中的任意元素.则式(8)表示为:

$$u_{ij} = \left(\left(\frac{-m(m-1) |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|}{\theta} \right) \frac{1}{W_0 \left[\beta \exp \left(- (m-1) \frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ki} + \theta}{\theta} \right) \right]} \right)^{1/(m-1)} \quad (10)$$

通过 u_{ij} 约束条件 $\sum_{j=1}^c u_{ij} = 1$ 可获得:

$$u_{ij} = \left(\left(\frac{-m(m-1) |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|}{\theta} \right) \frac{1}{W_0 \left[\beta \exp \left(- (m-1) \frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ki} + \theta}{\theta} \right) \right]} \right)^{1/(m-1)} = 1 \quad (11)$$

目标函数达到最优值的另一个必要条件为 $\frac{\partial J}{\partial \lambda_i} = 0$,从式(11)可以看出其隶属度与拉格朗日乘子存在依赖关系,因此不能准确求出关于 λ_i 等式的解.所以需获取 λ_i 的分界线,由两个条件即:(1) $u_{ij} \geq 0, \forall i, j$; (2) $u_{ij} \leq 1, \forall i, j$

来确定 λ_i 的分界线.

$u_{ij} \geq 0, \forall i, j$: 因为各个样本点对应的隶属度是正数,而式(11)中 $\beta = \frac{-m(m-1) |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|}{\theta} \geq 0$,可以推出 $W_0(\cdot)$ 的值需为负数,即:

$$W_0 \left[\beta \exp \left(- (m-1) \frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ki} + \theta}{\theta} \right) \right] \leq 0 \quad (12)$$

由于朗伯W函数存在两个分支, $W_0(\cdot)$ 含有重要的3个性质: $W_0(\cdot) \geq -1, W_0\left(-\frac{1}{e}\right) = -1$ 和 $W_0(0) = 0$,因此式(12)可记为:

$$-1 \leq W_0 \left[\beta \exp \left(- (m-1) \frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ki} + \theta}{\theta} \right) \right] \leq 0 \quad (13)$$

即:

$$\frac{1}{e} \leq W_0 \left[\beta \exp \left(- (m-1) \frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ki} + \theta}{\theta} \right) \right] \leq 0 \quad (14)$$

则可推出拉格朗日乘子 λ_i 的下界为:

$$\lambda_i \geq \left(\frac{\theta}{m-1} \left(\ln \left(\frac{m(m-1) |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|}{\theta} \right) + 1 \right) + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c \ln(u_{ki}) - \theta \right) = P_3 \quad (15)$$

根据隶属度的第2个约束条件 $u_{ij} \leq 1, \forall i, j$ 可知各个样本对应的隶属度值都小于1,即:

$$W_0 \left[\beta \exp \left(- (m-1) \frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{ki} + \theta}{\theta} \right) \right] \geq \beta \quad (16)$$

因此可获取 λ_i 的第2个下界条件为:

$$\lambda_i \geq \left(m |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2| + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c \ln u_{ki} - \theta \right) = P_4 \quad (17)$$

从式(15)和式(17)可获取 λ_i 的下界为:

$$\lambda_i \geq \max(P_3, P_4) \quad (18)$$

2.3 聚类中心

由于改进后的算法目标函数式(5)中的测度是类内距离和类间距离相减所得的差值:

$$|d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2| \approx \sqrt{e_0 + |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2} \quad (19)$$

所以其目标函数就可展开为:

$$J(U, V) \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c \left\{ u_{ij}^m \sqrt{e_0 + |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^c u_{ij}^m \sqrt{e_0 + |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2} \right\} \quad (20)$$

若 $j = k$ 时,

$$|d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2 = |d_{ij}^2|^2 = (x_i^2 - 2x_i v_j + v_j^2)^2$$

若 $j \neq k$ 时,

$$|d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2 = (x_i^2 + (1 - \alpha)v_j^2 - 2x_i v_j - \alpha v_k + 2\alpha v_j v_k)^2$$

对目标函数关于聚类中心这一关键参数进行求导运算, 并且将所得导数表达式设定为 0, 即:

$$\frac{\partial J(U, V)}{\partial v_j} = \sum_{i=1}^n u_{ij}^m \frac{d_{ij}^2 (v_j - x_i)}{\sqrt{e_0 + |d_{ij}^2|^2}} - h_1 = 0 \quad (21)$$

其中,

$$h_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^c u_{ij}^m \frac{(d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2)(x_i - \alpha v_k - (1 - \alpha)v_j)}{\sqrt{e_0 + |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2}}$$

解得:

$$\sum_{i=1}^n u_{ij}^m \frac{d_{ij}^2 (x_i - v_j)}{\sqrt{e_0 + |d_{ij}^2|^2}} = h_1 \quad (22)$$

化简得:

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m \frac{d_{ij}^2 x_i}{\sqrt{e_0 + |d_{ij}^2|^2}} + h_2}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^m \frac{d_{ij}^2}{\sqrt{e_0 + |d_{ij}^2|^2}} + h_3} \quad (23)$$

其中,

$$h_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^c u_{ij}^m \frac{(d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2)(x_i - \alpha v_k)}{\sqrt{e_0 + |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2}}$$

$$h_3 = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^c u_{ij}^m \frac{(d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2)(1 - \alpha)}{\sqrt{e_0 + |d_{ij}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2}}$$

2.4 基于类内类间距离的 KL 散度快速聚类方法

对于一般的图像而言, 该算法满足分割需求, 可以在较短的时间内计算出像素点关于类别的归类, 从而获取相应的分割结果, 但是对于大幅面图像或者实时监控图像来说该算法的运行复杂度没有达到最优化, 分割时长过大, 导致不能及时给出分割结果来分析数据问题, 算法尤其在智能驾驶方面就不能被有效应用, 因此, 将直方图融入所提图像分割算法中, 获得基于直方图的算法, 该算法核心是只需要将所有像素遍历一遍, 统计出不同的灰度级即颜色强度出现的频次, 能大大减少图像分割的复杂度, 从而能够快速地对图像进行分割并得出结果, 其目标函数为:

$$J(U, V) = \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^c h(l) u_{jl}^m [(l - v_j)^2 - \alpha(v_j - v_k)^2] - \theta \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{j=1}^c \sum_{k=1, k \neq j}^c h(l) u_{jl}^m \ln \left(\frac{u_{jl}}{u_{kl}} \right) \quad (24)$$

其中, 隶属度表达式为:

$$u_{ij} = \left(\left(\frac{\frac{-m(m-1)|d_{jl}^2 - \alpha d_{jk}^2|}{\theta}}{W_0 \left[\eta \exp \left(-(m-1) \left(\frac{\lambda_i + \theta \sum_{k=1, k \neq j}^c u_{kl} + \theta}{\theta} \right) \right) \right]} \right)^{1/m-1} \right)^{-1} \quad (25)$$

其中,

$$\eta = \frac{-m(m-1)|d_{jl}^2 - \alpha d_{jk}^2|}{\theta}$$

聚类中心表达式为:

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^{L-1} u_{jl}^m \frac{d_{jl}^2 l}{\sqrt{e_0 + |d_{jl}^2|^2}} + h_2}{\sum_{i=1}^{L-1} u_{jl}^m \frac{d_{jl}^2}{\sqrt{e_0 + |d_{jl}^2|^2}} + h_3} \quad (26)$$

$$d_{il}^2 = (l - v_i)^2$$

$$h_2 = \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^c h(l) u_{jl}^m \frac{(d_{jl}^2 - \alpha d_{jk}^2)(l - \alpha v_k)}{\sqrt{e_0 + |d_{jl}^2 - \alpha d_{jk}^2|^2}}$$

$$h_3 = \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^c h(l) u_{jl}^m \frac{(d_{jl}^2 - \alpha d_{jk}^2)(1 - \alpha)}{\sqrt{e_0 + |d_{jl}^2 - \alpha d_{jk}^2|}}$$

其中, $\{0, 1, \dots, L-1\}$ 表示样本灰度值区间, $h(l)$ 表示统计灰度级别为 l 的样本点总数, u_{jl} 代表灰度级 l 隶属簇 j 的隶属度.

该算法摒除了传统的计算方式, 从对原始像素空间进行计算上升为计算灰度级空间, 从而消除了因重复计算数据取值导致分割耗时较长的缺陷, 使得对大幅面图像分割时间复杂度降为 $O(L \times c)$, 即降低了图像分割时间复杂度, 从而提高图像分割速度, 能够满足对实时目标的跟踪或者大幅面图像的识别需求.

根据改进的新聚类模型, 可得聚类图像分割算法步骤如下.

步骤 1: 根据分割要求决定类别的划分个数 c ($2 \leq c \leq n$)、模糊因子 m 、相对熵系数 θ 和参数 α , 设置聚类中心的初始值, 制定结束迭代条件的区域值 ε .

步骤 2: 制定迭代计数器 $ct = 0$, 利用 FCM 聚类算法计算隶属度 u_{jl} .

步骤 3: 计算各样本和每个聚类中心之间的距离 d_{ij}^2 .

步骤 4: 用式 (18) 中的边界来确定拉格朗日乘子 λ_i .

步骤 5: 利用式 (25) 更新隶属度 u_{jl} .

步骤 6: 利用式 (26) 更新聚类中心 v_j .

步骤 7: 若 $\max_{1 \leq i \leq c} |v_i^{ct} - v_i^{ct+1}| < \varepsilon$ 或迭代次数达到最大值时, 则停止循环操作; 否则, 设置 $ct = ct + 1$, 转步骤 3.

3 实验结果与分析

为鉴定本文提出的基于类内类间距离的 KL 散度快速聚类方法是否有效, 基于 Matlab 7.0 平台, 在选取的特定参数条件下: 模糊因子在最佳区间 $[1.5, 2.0]$ 内选取, 参数 α 大于 0, 参数 θ 大于 0, 迭代过程的误差为 $\varepsilon = 0.01$, 设置最高的迭代次数为 $T_m = 500$, 通过实验对各图像进行分割检测.

3.1 不同参数分割结果分析

不同参数分割结果如图 1-图 3 所示, 3 个图中的图 (a) 为原图, 图 (b)-(d) 展示了改进的聚类算法在选取不同参数时得到的分割结果.

可以看出, 当正确获取合适的参数情况时, 改进的基于 KL 散度的模糊 C 均值聚类算法对图像的分割效果将达到比较满意的效果. 其分割结果的精度较高, 归类准确, 目标边缘轮廓清晰可见, 且对噪声鲁棒性强, 区域连通性良好, 能更好地从背景中获取想要的目标.

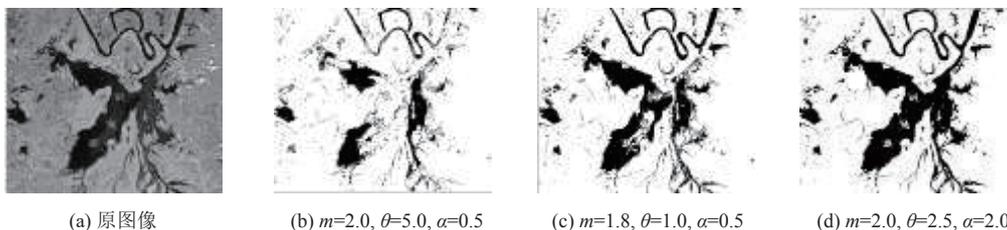


图 1 洞庭湖遥感图像分割结果

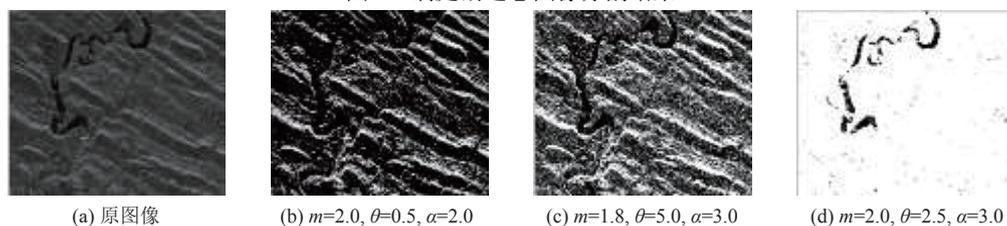


图 2 遥感图像分割结果

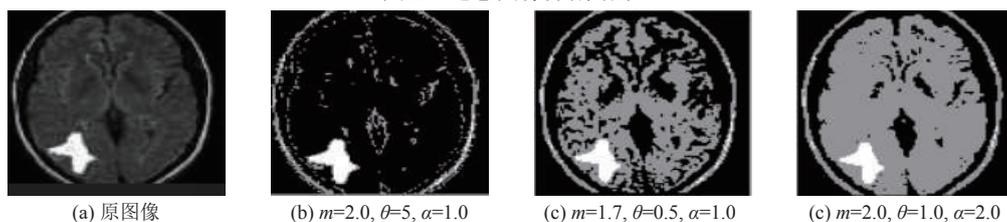


图 3 大脑医学图像分割结果

3.2 分割性能评价

对于用算法分割出的图像我们可以直观地用眼睛评判是否分割得好与不好,但是这种简单直接的方法存在一个弊端就是只适用于分割效果差异较大的图像,而对于分割效果相差不大或者在不同区域有不同差异的图像无法用眼睛直观精确地判断其总体的优劣.因此为了更科学准确地衡量图像分割的好坏,需要通过严谨的数学方法即误差率来根据分割图像中的数据判断算法分割的差异性,其表达式为:

$$e = \frac{1}{2} \frac{\sum_{p=1}^c |n_p - m_p|}{\sum_{p=1}^c |m_p|}$$

其中, p 指的是类别划分的数目, n_p 指的是理想图像中样本点归属于第 p 类区域总的个数, m_p 指的是通过算法分割图像的结果中归属于第 p 类区域总的个数.

误分率表示分割过程中像素被错误归类的总数与理想状态下图像分割的总像素的占比,对分割后的图片进行误分率计算,如果误分率越低,那就表示该算法较好,在分割过程中被分错的像素数量较少,保证了分割归类的准确性,分割效果最佳.如果误分率比较高,那就表示该算法有弊端,在分割过程中将很多像素点

归错类,导致无法正确地将目标从背景中分离出来,因此分割效果不好.

通过表1可直观地用误分率数值大小来评判选取不同参数的分割结果,参数值选择越优,其误分率值越小,说明图像分割效果达到最佳.

表1 不同参数的结果对比

图片		Misclassification rate (%)	m	θ	α
图1	(b)	11.83	2.0	5.0	0.5
	(c)	9.15	1.8	1.0	0.5
	(d)	2.4	2.0	2.5	2.0
图2	(b)	63.63	2.0	0.5	2.0
	(c)	55.66	1.8	5	3.0
	(d)	3.5	2.0	2.5	3.0
图3	(b)	58.36	2.0	5.0	1.0
	(c)	24.17	1.7	0.5	1.0
	(d)	4.54	2.0	1.0	2.0

3.3 不同算法分割结果分析

3.3.1 分割结果图对比

为进一步通过实验验证本文提出的改进算法的有效性,将本文算法与其他3种已有的算法进行对比,从而更直观地说明算法效果的差异性.图4-图7中的图(a)为原始图像,图(b)为采用FCM方法的分割结果,图(c)为采用相对熵模糊C均值聚类方法^[21]的分割结果,图(d)为结合隶属度空间约束的模糊聚类算法^[22]的分割结果,图(e)为采用改进的新聚类方法分割结果.

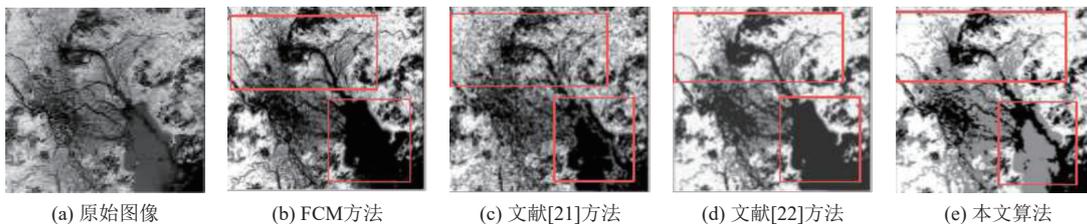


图4 地表遥感图像分割结果

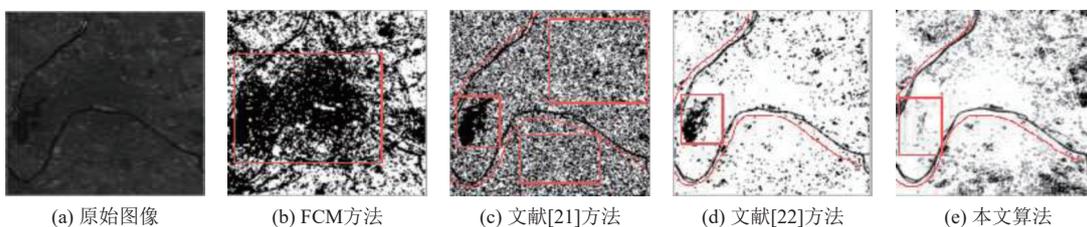


图5 河流遥感图像分割结果

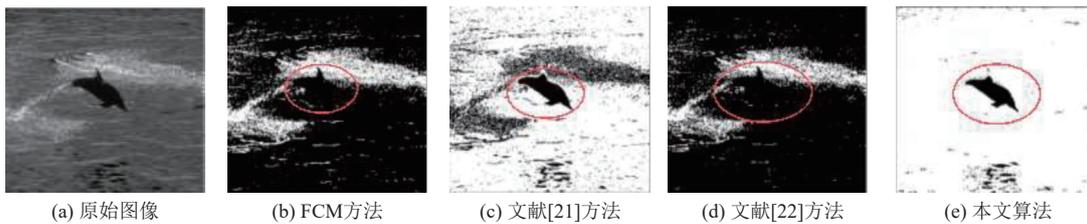


图6 海豚图像分割结果



图7 遥感图像分割结果

由图4的分割结果可以看出,图4(b)–(d)的分割效果较差,不能正确地将像素点进行归类且其背景噪声较大,尤其是文献[21]中的算法分割效果较差,对比分析,文献[22]算法噪声较小,但是不能正确地进行分类,图4(e)分割效果较好,说明采用改进的新的聚类算法更能清晰地将目标从背景中分离出来且目标周边噪声小,重要的是能够按照原图进行像素的归类。

由图5分割结果可以看出,图5(b)分割效果较差,没有提取出目标,图5(c)能够获取到目标,但是背景噪声过大,图5(d)和图5(e)能从背景和颜色相近的图片中将目标从背景中提取出来,且噪声较小,表明采用改进的新聚类方法获取目标能力较强,尤其对于背景和颜色相差较小的图像也能准确地提取出目标。

由图6分割结果可以看出,图6(b)和图6(d)分割效果不好,从背景中不能获取目标,图6(c)和图6(e)能够将目标从背景中提取出来,但是文献[21]中的算法分割结果中背景噪声较大,而图6(e)既能分割出目标又能使得背景噪声达到最小,说明采用新的算法的抗噪能力较强,其效果最好。

图7分割结果可以看出,图7(b)–(e)都能正确地对原图进行分类,目标清晰。但是图7(b)和图7(c)的背景噪声较大,说明这两种算法的抗噪性有待提高,而图7(e)背景噪声非常小且边缘连续光滑,说明本文算法分割效果最好。

3.3.2 分割结果性能参数对比

为了全面评判不同算法的图像分割效果,因此选取Dice系数、IoU、准确率和灵敏度(召回率)作为性

能指标衡量各算法分割出的效果图的差异。

表2–表5分别是图4–图7对应的Dice系数、IoU、准确率、灵敏度这4种参数对应的数据表。

表2 不同图像分割算法在各项指标上的对比分析

算法	Dice系数	IoU	准确率	灵敏度(召回率)
FCM	0.8180	0.6920	0.7874	0.7067
文献[21]	0.8107	0.6817	0.7771	0.7060
文献[22]	0.8397	0.7237	0.8095	0.7380
本文	0.9521	0.9021	0.9135	0.9463

表3 不同图像分割算法在各项指标上的对比分析

算法	Dice系数	IoU	准确率	灵敏度(召回率)
FCM	0.5023	0.3354	0.3637	0.3935
文献[21]	0.6228	0.4523	0.5014	0.5045
文献[22]	0.8862	0.7956	0.8066	0.9227
本文	0.9356	0.8956	0.9046	0.9587

表4 不同图像分割算法在各项指标上的对比分析

算法	Dice系数	IoU	准确率	灵敏度(召回率)
FCM	0.2998	0.1763	0.2060	0.1763
文献[21]	0.8932	0.8070	0.8115	0.8179
文献[22]	0.2746	0.1591	0.1895	0.1592
本文	0.9589	0.9356	0.9334	0.9687

表5 不同图像分割算法在各项指标上的对比分析

算法	Dice系数	IoU	准确率	灵敏度(召回率)
FCM	0.9712	0.9364	0.9612	0.9678
文献[21]	0.9723	0.9461	0.9711	0.9735
文献[22]	0.9795	0.9599	0.9798	0.9798
本文	0.9884	0.9770	0.9831	0.9907

从表2–表5的数据可以看出本文所提算法的各类参数值均高于其他算法的参数值,说明本文算法通过

将类内类间距离与 KL 散度相结合,能够精确地识别图像边界,使其分割结果光滑连续,能合理地去除图像背景中的噪声,突出图像中想要提取的目标,说明本文算法有较强的鲁棒性和抗噪性。

3.3.3 分割运行时间对比

复杂度是衡量分割算法优劣性的一项重要指标,如果算法花费的时间复杂度越低,则说明其效率越高,能够很快地显示出分割结果,对于智能驾驶、机器人导航等领域就特别适用快速算法,能及时获取图像进行分割并给出分割结果,进而帮助我们快速准确地分析问题。基于对 4 种聚类算法目标函数的分析,其时间复杂度程度大概为:本文算法的时间复杂度是 $O(L \times c)$, FCM 算法的时间复杂度是 $O(M \times N \times c)$, 文献[21]算法的时间复杂度是 $O(M \times N \times c)$, 文献[22]算法的时间复杂度是 $O(M \times N \times R \times c)$, 从各算法复杂度可以看出本文算法的复杂度最小,说明本文算法在分割图像时用时最少。其中 L 表示各层级灰度的总数, $M \times N$ 表示图像像素数, c 表示类别个数, R 表示空间约束的局部邻域大小。不同算法的运行时间如表 6 所示。

表 6 算法运行时间比较 (s)

实验图	FCM	文献[21]	文献[22]	本文
图4	0.898	0.553	378.337	0.201
图5	0.214	0.51	253.789	0.191
图6	2.663	2.832	689.908	0.837
图7	0.606	0.52	311.843	0.202

由于文献[22]方法在分割的过程中既要计算图像的各个像素又要计算其邻域的像素,因此使得算法分割过程耗时过长,该算法不适合对大幅面遥感和高清图像进行实时分割。本文算法将计算空间压缩至直方图的有效灰度值域(即统计频次 > 0 的灰度级集合),不用再花费时间统计无用的区域,显著降低了计算维度,大大缩短了分割时间。从表 6 中反映出文献[22]方法图像分割时间较长,不适合分割大篇幅图像,但是本文算法的运行时间较短,说明该算法适合对各类图像进行分割,普适性较强。

4 总结

本文提出一种类内与类间距离作为新测度的 KL 散度模糊聚类快速分割算法。该算法通过类间离散度使得隶属度更细化,提高了样本的类别归属感,进而解决了类别模糊化。此外,该算法融入 KL 散度正则因子通

过对比分割区域内的像素分布与理想目标分布的差异,使得分割结果聚集于内部一致性高的区域。最后在算法中引入直方图,将算法复杂程度由 $O(M \times N \times c)$ 降为 $O(L \times c)$,提高了算法的分割速度,使其对大篇幅图像分割也具有普适性,能及时地给出图像结果并解决问题。

参考文献

- 1 简丽琼. 模式识别技术在图像处理中的运用探讨. 数字技术与应用, 2024, 42(12): 98–100.
- 2 Wang Z, Fu H, Hu CB, *et al.* Multi-source partial discharge pattern recognition in GIS based on Grabcut-MCNN. *Journal of Measurements in Engineering*, 2025, 13(1): 89–104. [doi: 10.21595/jme.2024.24274]
- 3 吴臣, 付轶恒. 图像预处理技术在视觉识别中的应用研究. *中国信息化*, 2025(4): 65–69.
- 4 Liu W, Dong Q, Li SR, *et al.* PC-UNet: A pure convolutional UNet with channel shuffle average for medical image segmentation. *Applied Intelligence*, 2025, 55(14): 964. [doi: 10.1007/s10489-025-06887-3]
- 5 卢洪轩, 徐爱茹, 姚兴兴, 等. 基于 DeepLabv3+改进的轻量化多尺度特征融合遥感图像分割网络. *无线电工程*, 2025, 55(12): 2362–2372.
- 6 Sattout AFA, Chehab A, Mohanna A, *et al.* Image segmentation framework for detecting adversarial attacks for autonomous driving cars. *Applied Sciences*, 2025, 15(3): 1328. [doi: 10.3390/app15031328]
- 7 张传斌, 朱嘉贤, 王俊波, 等. 面向图像分割的由粗至细超像素模糊聚类方法. *计算机应用研究*, 2025, 42(5): 1589–1594.
- 8 兰蓉, 赵一俛, 余晓颖, 等. 基于深度 IFLBP 的 IFCM 聚类图像分割算法. *西安邮电大学学报*, 2025, 30(1): 98–106.
- 9 Xu GB, Lin JW. Automatic motion recognition technology based on fuzzy clustering algorithm and VR video image. *Alexandria Engineering Journal*, 2025, 124: 462–469. [doi: 10.1016/j.aej.2025.03.083]
- 10 钱司远, 沈雅婷, 田瑞淼, 等. 基于隶属度条件放宽的模糊聚类目标检测算法. *现代信息科技*, 2025, 9(6): 33–38, 45.
- 11 Nie FP, Zhang RX, Yu WZ, *et al.* Unconstrained fuzzy C-means algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2025, 47(5): 3440–3451. [doi: 10.1109/TPAMI.2025.3532357]
- 12 Wang ST, Chung KFL, Deng ZH, *et al.* Robust fuzzy clustering neural network based on ϵ -insensitive loss function. *Applied Soft Computing*, 2007, 7(2): 577–584. [doi: 10.1016/j.asoc.2006.04.008]
- 13 赵泉华, 高郡, 赵雪梅, 等. 结合 KL 距离与图像域分块的

- SAR 图像分割. 控制与决策, 2018, 33(10): 1767–1774.
- 14 Zhang R, Li XL, Zhang HY, *et al.* Deep fuzzy K-means with adaptive loss and entropy regularization. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 28(11): 2814–2824. [doi: [10.1109/TFUZZ.2019.2945232](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2019.2945232)]
- 15 Abu A, Diamant R. Enhanced fuzzy-based local information algorithm for sonar image segmentation. IEEE Transactions on Image Processing, 2019, 29: 445–460. [doi: [10.1109/TIP.2019.2930148](https://doi.org/10.1109/TIP.2019.2930148)]
- 16 张尧, 吴成茂, 白鹭. 基于特征选取的局部模糊聚类算法研究. 光电技术应用, 2021, 36(3): 35–42.
- 17 Wei HQ, Chen L, Ruan KY, *et al.* Low-rank tensor regularized fuzzy clustering for multiview data. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 28(12): 3087–3099. [doi: [10.1109/TFUZZ.2020.2988841](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2020.2988841)]
- 18 王小鹏, 魏统艺, 房超, 等. 自适应非局部空间约束与 K-L 信息的模糊 C-均值噪声图像分割算法. 控制理论与应用, 2022, 39(7): 1261–1271.
- 19 王小鹏, 王庆圣, 焦建军, 等. 快速自适应非局部空间加权与隶属度连接的模糊 C-均值噪声图像分割算法. 电子与信息学报, 2021, 43(1): 171–178.
- 20 吴嘉昕, 王小鹏, 焦建军, 等. 增强空间信息的快速自适应模糊聚类图像分割算法. 控制理论与应用, <https://link.cnki.net/urlid/44.1240.TP.20250311.1350.008>. (2025-03-11)[2025-09-18].
- 21 Zarinbal M, Zarandi MHF, Turksen IB. Relative entropy fuzzy C-means clustering. Information Sciences, 2014, 260: 74–97. [doi: [10.1016/j.ins.2013.11.004](https://doi.org/10.1016/j.ins.2013.11.004)]
- 22 赵泉华, 贾淑涵, 高郡, 等. 结合隶属度空间约束的模糊聚类图像分割. 测绘科学, 2019, 44(5): 164–170.
- 23 Bezdek JC. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms. New York: Plenum Press, 1981.

(校对责编: 张重毅)