# 模糊综合的二次评判主观信任模型①

左双勇，陈光喜

(桂林电子科技大学 数学与计算科学学院，桂林 541004)

**摘 要**：提出一种基于模糊综合评判的主观信任模型，并给出该模型具体实现的方法，以对网络中主体的信任度进行评估。借助了层次分析法来动态的确定评判因素的权重，并引入“专家”对评判函数的权重，对第一次评判的结果作第二次综合评判。实例分析表明了方法的正确性，有一定创新和应用价值。

**关键词**：二次综合评判；层次分析法；隶属度；权重

## Subject Trust Model Based on Twice Fuzzy Comprehensive Evaluation

ZUO Shuang-Yong, CHEN Guang-Xi

(Department of Computational Science & Mathematics, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** This article presented a subject trust model based on fuzzy comprehensive evaluation, and gave the concrete method of realizing the model to evaluate the trust degree of a subject in the network. The article could confirm the weights of evaluation factors dynamically by means of Analytical Hierarchy Process(AHP), and drew into the weights that expert had made for evaluation functions, to make a twice comprehensively evaluation for the first consequence. Example analysis showed the correct, novel and practical value of the method.

**Keywords:** twice comprehensive evaluation; AHP; degree of membership; weight

## 1 问题提出

在开放的网络环境中，建立主体之间的信任是信息安全传输的重要前提和基础，特别是随着 P2P 网络、网格计算、分布式网络等技术的发展，更进一步促进了对如何在网络上建立一套可信模型及相关信任度算法的研究[1]。

文献[2]提出了一种基于模糊集合理论的主观信任管理模型，解决了 Beth 模型[3]和 Jøsang 模型[4]中未能很好解决的初始向量如何获得的问题。但是它给出的权重均为一定值，并不能很好的反映各因素在实际中所占的比重，而且提出的模糊综合评判只是一个简单的 Zadeh 算子 $M(\wedge,\vee)$ 变换，它使实际得到的结果掩盖了所有因素评判的结论，而使结果不真实，因此它是一个比较粗糙的算子。

文献[5]提出了一种模糊综合评判的主观信任模型，解决了评判因素的权重分配应符合实际应用的状况，并采用二级因素的模糊综合评判对各主体的信任进行评价。但是该模型对主体进行评价时只能选用一种评判函数的方法，使得到的评判结果并不能有效的反映主体的信任问题，而且使用的权重也没有给出一个具体的计算方法。

本文借助于层次分析法来动态的确定评判因素的权重，提出了一种基于模糊综合评判的主观信任模型。通过使用四种评判函数计算出隶属度最大值对主体作第一次综合评判，由于主观信任的不确定性，引入“专家”对评判函数的权重，对第一次评判的结果作第二次综合评判。该模型通过动态的调整评判因素在主体评判中的权值，能够使主体的信任更符合实际应用需要。

① 基金项目:国家自然科学基金(10661005);广西教育厅基金(200807LX112)
收稿时间:2010-06-02;收到修改稿时间:2010-07-30

## 1 层次分析法确定权重

### 1.1 构造比较判断矩阵

定义 1. 设 $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ 是全部因素集，$a_{ij}$ 表示因素 $x_i$ 对因素 $x_j$ 的相对重要性数值，则矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为比较判断矩阵。其中 $a_{ij}=\mathrm{f}(x_i,x_j)>0$，$a_{ij}$ 的取值一般取正整数 1-9(称为标度)及其倒数。关于 $a_{ij}$ 的取值规则如下：

$$a_{ij}=\mathrm{f}(x_i,x_j)=\begin{cases}1, & x_i\text{与}x_j\text{同样重要；}\\ 3, & x_i\text{比}x_j\text{稍微重要；}\\ 5, & x_i\text{比}x_j\text{明显重要；}\\ 7, & x_i\text{比}x_j\text{十分重要；}\\ 9, & x_i\text{比}x_j\text{极端重要；}\\ 2,4,6,8, & x_i\text{与}x_j\text{处于上述两相邻之间.}\end{cases} \quad (1)$$

根据(1)式各符号的意义，得到比较判断矩阵 $A$ ：

$$A=\begin{bmatrix}1 & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ 1/a_{12} & 1 & \cdots & a_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \cdots & 1\end{bmatrix}$$

在构造比较判断矩阵时，对主体的 $n$ 个评判因素作 $n(n-1)/2$ 次成对比较，而不用作 $(n-1)$ 次比较，这样可以避免某一次判断的失误而影响整个判断的不合理性，而作 $n(n-1)/2$ 次比较可以从不同的角度得到一个合理的权重。

### 1.2 计算权重

根据比较判断矩阵 $A$ ，求出矩阵的最大特征根 $\lambda_{\max}$ 所对应的特征向量，所求的特征向量即为评判因素的权重。方根法是层次分析法中求特征向量的一种有效方法，它依据正矩阵的 Perron 定理[6]，保证了所得到的特征向量的正值性和唯一性。

方根法求比较判断矩阵的特征向量：

1) 计算中每一行元素的乘积 $A_i$

$$A_i=\prod_{j=1}^{n}a_{ij},(i,j=1,2,\ldots,n) \quad (2)$$

2) 计算 $A_i$ 的 $n$ 次方根 $\overline{W_i}$

$$\overline{W_i}=\sqrt[n]{A_i} \quad (3)$$

3) 对向量 $\overline{W}=(\overline{W_1},\overline{W_2},\ldots,\overline{W_n})'$ 作归一化处理，即

$$W_i=\overline{W_i}/(\sum_{j=1}^{n}\overline{W_j}) \quad (4)$$

则 $W=(W_1,W_2,\ldots,W_n)'$ 即为所求特征向量。

(4) 计算矩阵的最大特征根 $\lambda_{\max}$

$$\lambda_{\max}=\sum_{i=1}^{n}\frac{(PW)_i}{nW_i}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{(PW)_i}{W_i} \quad (5)$$

$(PW)_i$ 表示向量 $PW$ 的第 $i$ 个元素，

$$PW=\begin{bmatrix}(PW)_1\\(PW)_2\\ \vdots\\(PW)_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\ 1/a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \cdots & a_{nn}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}W_1\\W_2\\ \vdots\\W_n\end{bmatrix} \quad (6)$$

### 1.3 一致性检验

为了更实际的反映出评判因素的权重，使用判断矩阵加以描述。在构造比较判断矩阵时，虽然并不要求 $n(n-1)/2$ 次比较全部一致，但有些比较判断矩阵可能导致对主体信任的失误，所以要求在判断时应大体一致。而由方根法计算权重，当判断矩阵偏离一致性时，其可靠程度也值得怀疑。因此，需要对判断矩阵作一致性检验。于是：

定义 2. 令 $CI=(\lambda_{\max}-n)/(\mathrm{n}-1)$ 其中 $\lambda_{\max}$ 是矩阵 $A$ 的最大特征值，$CI$ 为衡量不一致程度的数量标准，称 $CI$ 为一致性指标。

定理 1.[6] 对于任何一个阶比较判断矩阵 $A$，都有 $\lambda_{\max}\ge n$，其中 $\lambda_{\max}$ 是矩阵 $A$ 的最大特征值。

由定理 1 可得，对任意判断矩阵 $A$，均有 $CI\ge 0$；且 $CI=0$ 当且仅当 $A$ 是一致的；$CI$ 的值越小，$A$ 的一致性就越好，$CI$ 的值越大，$A$ 的一致性就越差。但这种“好”和“差”是一个主观的模糊概念。由此，文献[7]给出了平均随机一致性指标 $RI$ 来量化一致性的偏移程度。平均随机一致性指标 $RI$ 的值如表 1 所示：

表 1 一致性指标值 $RI$

由表 1 知，当时 $n=1,2$，$RI=0$，因为 $1,2$ 阶矩阵总是一致的。当 $n\ge 3$ 时，令 $CR=CI/RI$，称 $CR$ 为一致性比率。当 $CR<0.1$，认为比较判断矩阵的满足一致性要求，所得的特征向量可以作为权重，否则应对判断矩阵作适当的修正。

## 2 模糊综合的主观信任模型

### 2.1 综合评判中主体信任的定量描述

在对主体进行综合评判前，先要对有影响的因素单独进行评判。设有因素集 $\mathrm{U}=\{u_1,u_2,\ldots,u_m\}$，评判集 $V=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$，映射 $\alpha:U\to V$，且对任意 $u_i\in U$，记 $v_i=\alpha(u_i)$，称 $v_i$ 是对因素 $u_i$ 的评判。$\alpha$ 称为单因素

评判函数。

定义 3. 设，满足条件：

1) 正则性：若 $x_1 = x_2 = \ldots = x_m = x$，则 $\mathrm{f}(x_1, x_2, \ldots, x_m) = x$；

2) 单增性：$\mathrm{f}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ 关于所有变元不减，即对任意 $i$，若，$x_i^{(1)} \le x_i^{(2)}$ 则 $\mathrm{f}(x_1, \ldots, x_{i-1}, x_i^{(1)}, x_{i+1}, \ldots, x_m) \le \mathrm{f}(x_1, \ldots, x_{i-1}, x_i^{(2)}, x_{i+1}, \ldots, x_m)$；

3) 连续性：$\mathrm{f}(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ 关于所有的变元都是连续的，即 $\lim\limits_{x_i \to x_{i_0}} \mathrm{f}(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \mathrm{f}(x_{1_0}, x_{2_0}, \ldots, x_{m_0})$

称 f 为综合评判函数。

由定义 3 知，设 $U, V$ 分别为评判因素集和评判集，$\alpha: U \to V$ 是单因素评判函数，则 $\mathrm{f}(\alpha(u_1), \alpha(u_2), \ldots, \alpha(u_m))$ 为对 $U$ 的综合评判。

现设评判集 $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ 是有限集，因素集为 $\mathrm{U} = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}$，单因素 $u_i$ 的评判结果是 $V$ 上的模糊子集，对确定的 $u_i$，用 $(r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{in})$ 来表示，其中 $r_{ij}$ 表示对于第 $i$ 个因素 $u_i$ 获得的第 $j$ 个评判的隶属度。当每个因素都被评判以后，就可以获得评判矩阵 $R = (r_{ij})_{n \times n}$，称三元组 $\langle U, V, R \rangle$ 为评判空间。

定义 4. 设 $\langle U, V, R \rangle$ 是评判空间，f 为综合评判函数，令 $y_j = \mathrm{f}(r_{1j}, r_{2j}, \ldots, r_{mj}), j = 1, 2, \ldots, n$ 则 $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ 是对整体的综合评判。其中 $y_j$ 是就整体来说，获得第 $j$ 个评判的隶属度。

### 2.2 第一次信任的综合评判

第一次综合评判是使用四种评判函数分别对主体进行一次综合评判。模型如图 1 所示：

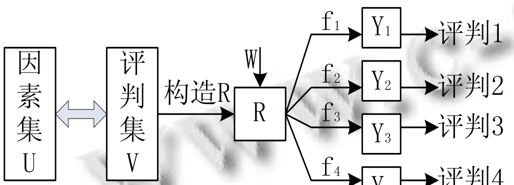


图 1　第一次信任的综合评判模型

对主体进行第一次综合评判，采用了以下四种评判函数分别来对主体作一次综合评判，对任意的 $(x_1, x_2, \ldots, x_m) \in I^m$，有

1) 加权平均型综合评判函数 $\mathrm{f}_1(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \sum\limits_{i=1}^{m} \omega_i x_i$，其中 $W = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_m) \in I^m$ 是归一化权向量。

2) 几何平均型综合评判函数 $\mathrm{f}_2(x_1, x_2, \cdots, x_m) = \prod\limits_{i=1}^{m} x_i^{\omega_i}$，其中 $W = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_m) \in I^m$ 是归一化权向量。

3) 单因素决定型综合评判函数 $\mathrm{f}_3(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \bigvee\limits_{i=1}^{m} (\omega_i \wedge x_i)$，其中 $W = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_m) \in I^m$ 是正规化权向量，$(\vee, \wedge)$ 表示 $(\max, \min)$。

4) 主因素突出型综合评判函数 $\mathrm{f}_4(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \bigvee\limits_{i=1}^{m} (\omega_i \times x_i)$，其中 $W = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_m) \in I^m$ 是正规化权向量，"$\vee$"表示 max。

由评判函数 $\mathrm{f}_1, \mathrm{f}_2, \mathrm{f}_3, \mathrm{f}_4$ 分别对主体作一次综合评判，得到的评判向量分别为 $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$。由定义 4 可得 $Y_k = (y_1^{(1)}, y_2^{(1)}, \ldots, y_n^{(1)})$，$y_j^{(1)} = \mathrm{f}_k(r_{1j}, r_{2j}, \ldots, r_{mj})$，$k = 1,2,3,4$，$j = 1, 2, \ldots, n$。通过求 $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ 中 $y_j^{(1)}$ 的隶属度最大值对主体分别作一次信任的综合评判。

### 2.3 第二次信任的综合评判

由第一次信任的综合评判得到的评判向量 $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ 分别对主体进行了一次综合评判，但是对于某个具体的主体而言，选用哪种评判函数显然是一个与人的主观意识有关的不确定性问题。评判函数的不同，综合评判得到的结果也不相同。为了使最终的评判结果确能表达出主体的信任，需要对第一次信任的综合评判结果再进行一次综合评判，称为二次评判。二次评判通过相应的算子对四种评判函数第一次不能准确的得出有效的结果而进行的有效综合。根据“专家”对评判函数评判主体有效性的统计分析，获得第二次评判中第一次评判的有效权重 $W' = (\omega_1', \omega_2', \ldots, \omega_n')$，从而获得第二次综合评判 $Y = (y_1^{(2)}, y_2^{(2)}, \ldots, y_n^{(2)})$。模型如图 2 所示。

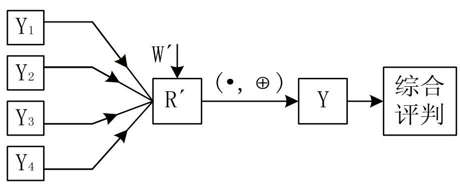


图 2　第二次信任的综合评判模型

定义 5. 设 $\omega_i'$ 为权重，$r_{ij}'$ 为判断矩阵 $R'$ 中的元素，有 $\omega_m' \bullet r_{mj}' = \omega_m' \cdot r_{mj}'$，

$(\omega_i'\bullet r_{ij}')\oplus(\omega_{i+1}'\bullet r_{(i+1)j}')=((\omega_i'\bullet r_{ij}')+(\omega_{i+1}'\bullet r_{(i+1)j}'))\wedge 1$

则称由"•"和"⊕"所定义的算子为$M(\bullet,\oplus)$。

设评判因素$U_{\mathrm{f}}=\{Y_1,Y_2,Y_3,Y_4\}$，评判集$V=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$，则对评判空间$\langle U_{\mathrm{f}},V,R'\rangle$作第二次综合评判：$Y=W\circ R'=(y_1^{(2)},y_2^{(2)},\ldots,y_n^{(2)})$

其中$R'=(r_{ij}')$ $i=1,2,3,4$ $j=1,2,\ldots,n$

$$W'=(\omega_1',\omega_2',\ldots,\omega_m')\in I^m$$

其中“$\circ$”为$M(\bullet,\oplus)$算子，该算子弥补了 Zadeh 算子$M(\wedge,\vee)$运算结果失真的不足。$W'$为“专家”对评判函数的权重。$\sum_{i=1}^{m}$ 表示对几个数在$\oplus$下求和，$\omega_i'$ 统计使用第$i$种评判的权重。

由第二次综合评判模型得到的总的评判向量$Y$，通过$y_j^{(2)}$的隶属度最大值，结合第一次评判的结果$Y_1,Y_2,Y_3,Y_4$，对主体作出总的综合评判。

## 3 实例分析

在使用网络传输信息之前，需要对网络进行安全可信的评判。信息能否安全的沿着网络传输下去，这就取决于主体(节点)的可信程度，因此，需要制定一个评判标准，通过对主体的评判出可信度隶属于哪个标准，来判决信息传输后的可信度。对网络中的某个主体进行评判，设主体的评判因素集$U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5\}$，$u_i(i=1,2,3,4,5)$分别为{近期信誉，历史信誉，社会身份，社会声望，过错记录}，评判集$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$，$v_i(i=1,2,3,4,5)$分别为{完全可信，很信任，一般信任，有点信任，不信任}。

对总体目标而言，$u_4$比$u_5$的重要性介于同等重要与稍微重要之间；$u_4$比$u_3$，$u_5$比$u_3$都稍微重要；$u_1$比$u_4$，$u_1$比$u_5$，$u_2$比$u_1$，$u_2$比$u_5$都明星重要；$u_1$比$u_3$，$u_2$比$u_4$都十分重要；$u_2$比$u_3$极端重要。由此得到判断矩阵为

$$A=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 7 & 5 & 5 \\ 5 & 1 & 9 & 7 & 5 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{9} & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 3 & 1 & 2 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 3 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

由(2)式和(3)式可得：

$$\overline{W_1}=2.036168\ \overline{W_4}=0.7027755\quad \overline{W_5}=0.569679$$

对$\overline{W}=(\overline{W_1},\overline{W_2},\overline{W_3},\overline{W_4},\overline{W_5})$作正规化归一化处理，由(4)式取$n=5$，则$W=(0.2561,0.5484,0.0354,0.0884,0.0717)$，再由(6)式得$PW=[1.41408\ \ 3.1248\ \ 0.18629\ \ 0.46756\ \ 0.38300]'$，那么由(5)式得$\lambda_{\max}=5.42258$，进而

$$CI=\frac{\lambda_{\max}-n}{n-1}=\frac{5.42258-5}{5-1}=0.10564$$

$$CR=\frac{CI}{RI}=\frac{0.10564}{1.12}=0.09432<0.1$$

由此表明判断矩阵$A$具有较好的一致性，所以特征向量$W=(0.2561,0.5484,0.0354,0.0884,0.0717)$的各个分量可以作为响应的评判因素的权重。

为了评判该主体的信任度，对该主体的评判因素$\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5\}$进行统计分析，结果表明：对于因素$\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5\}$隶属于$\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5\}$的隶属度如表2所示：

表 2 评判因素的隶属值

由表2可得评判矩阵为

$$R=(r_{ij})_{5\times5}=\begin{bmatrix} 0.192 & 0.523 & 0.216 & 0.069 & 0 \\ 0 & 0.423 & 0.500 & 0.045 & 0.032 \\ 0.212 & 0.321 & 0 & 0.453 & 0.014 \\ 0.183 & 0.436 & 0.302 & 0.065 & 0.014 \\ 0.200 & 0.400 & 0.205 & 0.105 & 0.090 \end{bmatrix}$$

正规化后

$$R^*=(r_{ij}^*)_{5\times5}=\begin{bmatrix} 0.367 & 1 & 0.413 & 0.132 & 0 \\ 0 & 0.846 & 1 & 0.09 & 0.064 \\ 0.468 & 0.7086 & 0 & 1 & 0.0309 \\ 0.4197 & 1 & 0.6927 & 0.1491 & 0.0321 \\ 0.5 & 1 & 0.5125 & 0.2625 & 0.225 \end{bmatrix}$$

由特征向量$W=(0.2561,0.5484,0.0354,0.0884,0.0717)$，正规化后为$W^*=(0.4670,1,0.0646,0.1612,0.1307)$，于是作第一次综合评判：

当使用加权平均型综合评判函数时$f_1$，得到综合评为$Y_1=(0.087,0.444,0.371,0.072,0.026)$.当使用几何

平均型综合评判函数 $f_2$ 时，得到结果为 $(0, 0.44169, 0, 0.05981, 0)$，归一化后的综合评判为 $Y_2 = (0, 0.881, 0, 0.119, 0)$

当使用单因素决定型综合评判函数 $f_3$ 和主因素突出型综合评判函数 $f_4$ 时，得到综合评判为 $Y_3 = (0.367, 0.846, 1, 0.149, 0.131)$

$Y_4 = (0.171, 0.846, 1, 0.090, 0.064)$

从评判函数 $f_1, f_2$ 可以看出，主体获得 $v_2$ 的隶属度值最大，评判此主体为"很可信"，但是从评判函数 $f_3, f_4$ 看出，主体获得 $v_3$ 的隶属度值最大，评判此主体为"一般可信"。由此并不能准确的判断出该主体可信级别。

为了能准确的获得评判结果，对获得的评判结果进行第二次综合评判。

对综合评判 $Y_3, Y_4$ 作归一化处理得：

$Y_3 = (0.147, 0.339, 0.401, 0.060, 0.053)$

$Y_4 = (0.079, 0.390, 0.461, 0.041, 0.029)$

于是可以得到评判矩阵

$$R' = \begin{bmatrix} 0.087 & 0.444 & 0.371 & 0.072 & 0.026 \\ 0 & 0.881 & 0 & 0.119 & 0 \\ 0.147 & 0.339 & 0.401 & 0.060 & 0.053 \\ 0.079 & 0.390 & 0.461 & 0.041 & 0.029 \end{bmatrix}$$

由于

$Y = W' \circ R' = (y_1^{(2)}, y_2^{(2)}, \ldots, y_5^{(2)})$

$y_j^{(2)} = \sum_{i=1}^{4} (\omega_i', r_{ij}') = (\omega_1' \bullet r_{1j}') \oplus (\omega_2' \bullet r_{2j}') \oplus \ldots \oplus (\omega_4' \bullet r_{4j}')$ ， $R' = (r_{ij}')$

$i = 1, 2, 3, 4 \quad j = 1, 2, \ldots, 5$

这里取 $W' = (\omega_1', \omega_2', \omega_3', \omega_4') = (0.21, 0.31, 0.15, 0.33)$

则得到综合评判为 $Y = (0.066, 0.546, 0.290, 0.075, 0.023)$

由此，主体获得 $v_2$ 的隶属度值最大，评判主体为"很可信"。

从第一次评判的结果可以看出，尽管使用一些不同的评判函数得出的评判结果可能相同，但是并不是所有的评判函数得出的结果都是一样的，由此并不能准确的评判出主体的信任级别。而通过对第一次使用多种不同的评判函数得出的评判向量结果再作第二次综合评判，从评判向量中找出隶属度最大的那个隶属哪个信任级别，就可以对主题作一次信任评判。使用第二次信任评判就可能克服了第一次评判中某些评判函数的评判结果的误差。

## 4 结束语

由于在开放式网络中主体之间的信任关系比较复杂，对主体影响的因素也不相同，同种因素对不同的主体影响的程度也不尽相同。文章通过使用层次分析法定量的描述了各因素对主体的影响程度，采用二次模糊综合评判对主体的信任进行度量，从而对主体作出一个有效的信任评判。

### 参考文献

1 林闯,彭雪海.可信网络研究.计算机学报,2005,28(5):751－757.

2 唐文,陈钟.基于模糊集合理论的主观信任管理模型研究.软件学报,2003,14(8):1401－1408.

3 Beth T, Borcherding M, Klein B. Valuation of trust in open network. Proceedings of the European Symposium on Research in Security (ESORICS). Brighton: Springer-Verlag, 1994:3－18.

4 Josang A. A Subjective Metric of Authentication, 1998. Proc. of the ESORICS'98. Louvain-la-Neuve; Springer-Verlag, 1998. 329－344.

5 邵斐. 基于模糊综合评判的主观信任模型研究.通信技术, 2009,42(12):98－100.

6 李柏年.模糊数学及其应用.合肥:合肥工业大学出版社, 2007.109－11.

7 彭祖赠,孙韫玉. 模糊数学及其应用.武汉:武汉大学出版社, 2007.79－80.