

基于用户信任关系的局部贝叶斯概率矩阵分解^①



朱敏慧, 赵家杨

(中国科学技术大学 管理学院, 合肥 230026)

通信作者: 赵家杨, E-mail: Zhaojy19@mail.ustc.edu.cn

摘要: 矩阵分解模型是推荐系统中的经典模型之一, 可用来预测用户对物品的评分, 进而对用户进行推荐, 改善用户体验. 当前的矩阵分解模型无法有效提取用户之间的局部相似关系, 导致评分预测效果不佳, 且存在冷启动问题. 社交网络的发展使得用户之间的信任关系成为推荐系统的重要研究工具, 因此本文提出基于用户信任关系的局部贝叶斯概率矩阵分解模型 (TLBPMF) 用于评分预测, 结合用户的信任关系信息对用户的评分进行研究, 识别出具有相似偏好的用户群体并进行聚类, 根据聚类结果获取评分子矩阵, 对每个子矩阵分别建立概率矩阵分解模型, 深入挖掘用户之间的局部相似关系, 利用吉布斯抽样算法进行参数估计. 选择电影网站的评分数据集进行实验, 结果表明该模型在预测精度上优于基准模型, 并且在冷启动用户上比基准模型有更优越的表现.

关键词: 推荐系统; 信任关系; 矩阵分解; 吉布斯抽样; 评分预测

引用格式: 朱敏慧, 赵家杨. 基于用户信任关系的局部贝叶斯概率矩阵分解. 计算机系统应用, 2025, 34(3): 220-228. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/9791.html>

Local Bayesian Probabilistic Matrix Factorization Based on User Trust Relationship

ZHU Min-Hui, ZHAO Jia-Yang

(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: The matrix factorization model is one of the classic models in recommendation systems. It can be used to predict users' ratings on items, and then make recommendations to users to improve user experience. Current matrix factorization models cannot effectively extract the local similarity relationship between users, which leads to poor rating prediction and the cold start problem. With the development of social networks, the trust relationship between users has become an important research tool for recommendation systems. Therefore, this study proposes a local Bayesian probabilistic matrix factorization model based on user trust relationship (TLBPMF) for rating prediction. The model studies users' ratings by combining the trust relationship information of users. It identifies user groups with similar preferences and clusters them. According to the clustering results, rating submatrixes are obtained. A probabilistic matrix factorization model is established for each submatrix to deeply explore the local similarity relationship between users. The parameters of this model are estimated by the Gibbs sampling algorithm. A rating dataset from a film website is selected for experiments. The results show that the model is superior to the benchmark model in prediction accuracy and has better performance on cold start users.

Key words: recommendation system; trust relationship; matrix factorization; Gibbs sampling; rating prediction

随着互联网技术的飞速发展, 网络上产生了海量的数据, 人们很难快速地从其中获取想要的内容, 信息过载问题^[1]随之产生. 推荐系统^[2]可以根据用户的历史行为、个人喜好等信息, 为其提供个性化的产品、

① 收稿时间: 2024-08-24; 修改时间: 2024-09-19; 采用时间: 2024-09-30; csa 在线出版时间: 2025-01-16

CNKI 网络首发时间: 2025-01-17

服务和推荐,能够帮助用户节省信息筛选的时间,有效地缓解信息过载问题.推荐系统在电子商务、社交平台、影音网站等^[3-5]诸多领域中有着广泛的应用,如淘宝网站的相关商品推荐列表,Facebook网站中的新闻热点推送,Netflix观影平台中可能喜欢的电影推荐等.

评分预测^[6-8]是推荐系统的重要组成部分之一,用户与项目产生交互后,对项目进行评分,推荐系统通过分析评分数据,可以预测用户对指定项目的评分,精确刻画用户需求,进而对用户进行个性化推荐.然而,随着用户和项目数量的快速增多,用户无法对所有项目进行评分,系统中存在大量的空白交互数据,数据稀疏性问题^[9]使得评分预测效果不理想.另一方面,对于新加入系统的用户,由于缺乏足够的历史交互数据,难以做出准确的预测,从而产生了冷启动问题^[10].社交网络的迅猛发展使得用户之间互动更加频繁,对用户之间的社交关系进行研究能够在一定程度上缓解上述问题,进一步改进评分预测效果^[11].提升评分预测精度有助于平台优化自身服务,为用户提供更满意的推荐,进而改善用户体验,增强用户粘性,提高经济效益.

矩阵分解^[12,13]是一种常用的评分预测模型,它利用用户对项目的评分信息构造一个稀疏的用户-项目评分矩阵,然后利用用户或项目之间的相似关系进行建模,假设高维的评分矩阵可以表示为低维的用户特征矩阵和项目特征矩阵的内积,低维矩阵中包含了无法被直接观测到的属性特征,如用户的品味偏好、兴趣特征或项目的属性特点等,两个低维矩阵的内积可以近似原始评分矩阵,从而实现项目的评分预测,能够有效缓解数据稀疏性问题.Salakhutdinov等人^[14]在矩阵分解过程中引入概率分布假设,给出了用户和项目服从的条件分布,建立概率矩阵分解模型.为了解决概率矩阵分解模型在求解参数过程中遇到的人工调参问题,Salakhutdinov等人^[15]为超参数设置先验,提出贝叶斯概率矩阵分解模型,避免过拟合现象.

传统的矩阵分解模型对评分矩阵进行整体分解,虽然能够利用用户的整体结构关系,但是忽略了用户之间的局部相似关系^[16],有学者提出局部分解的方法来应对该问题.Lee等人^[17]放宽评分矩阵全局低秩的假设,提出评分矩阵应在某些位置局部低秩,建立评分矩阵的多个低秩近似,这些近似在局部位置有更好的预测效果.Lee等人^[18]通过最小化成对损失函数对标签排

序函数进行学习,获得评分子矩阵.Chen等人^[19]通过聚类方法中的不同约束获得差异化的子矩阵并进行多次预测,结合多次预测结果获得最终预测.但是上述研究在获取局部子矩阵时是通过随机选取或硬聚类的方式,导致同一个子矩阵中的用户关联性不强,因此无法有效利用用户本身之间的相似关系^[20],进而影响模型的预测表现.

随着社交网络的快速发展,不少学者开始研究用户之间的信任关系,用以提升评分预测的效果.Han等人^[21]综合考虑用户之间的直接信任关系和间接信任关系对评分的影响.Ma等人^[22]根据信任网络中节点的参与程度调整信任值,提出了SoRec模型.Yang等人^[23]认为信任网络中的信任者和被信任者均能在一定程度上代表用户的喜好,提出了TrustPMF模型.Xu等人^[24]将用户之间的无向信任修改为有向信任以捕捉用户之间的信任关系.彭鹏等人^[25]引入用户行为系数和用户信任度函数改进用户信任关系的衡量方法,建立STUIPMF模型.Chen等人^[26]基于社交关系构建信任和不信任网络,更准确地表示用户的社交偏好.Khaledian等人^[27]对用户之间的信任关系建立矩阵并结合评分矩阵进行分解,建立CFMT模型.Yu等人^[28]在没有显式信任关系的情况下通过用户的行为挖掘用户之间的隐式社交关系.Ahmadian等人^[29]结合信任数据获取潜在特征并计算用户之间的相似性以提高评分预测的准确性.

本文提出一种基于用户信任关系的局部贝叶斯概率矩阵分解模型(local Bayesian probabilistic matrix factorization model based on user's trust relationship, TLBPMF),并采用Gibbs抽样算法估计模型参数,提升评分预测效果,缓解冷启动问题.具体来说,该模型首先基于用户之间的信任关系和评分信息获得用户之间的评分相似性,将评分相似性高的用户划分到同一个类别中,由此考虑了用户之间的信任关系对评分的影响;然后根据用户聚类结果获取评分子矩阵,每个子矩阵中的用户关联性较强,具有相近的评分趋势,此时对每个子矩阵分别建立概率矩阵分解模型,同一个类中的用户共享同样的参数,将传统的整体矩阵分解转变为局部矩阵分解,有效利用了用户之间的局部相似关系;最后利用贝叶斯框架为模型参数设置共轭先验,实现超参数的自动化选择,控制模型的复杂度,并且采用Gibbs抽样方法进行近似推断,对所需参数进行抽样获得预测分布的近似.

1 基于信任关系的用户聚类

1.1 用户评分相似性的计算

用户的评分能够体现用户之间的喜好差异,对评分相似性进行计算,可以得到不同用户对项目喜好的相似程度.将评分相近的用户归入同一个类,同一个类中的用户有更为相似的喜好,不同类中的用户的喜好可能有较大区别.

本文选择 Pearson 相关系数来计算用户之间的评分相似性,计算公式如式(1)所示:

$$sim(u, v) = \frac{\sum_{k \in R_{uv}} (R_{u,k} - \bar{R}_u) \times (R_{v,k} - \bar{R}_v)}{\sqrt{\sum_{k \in R_{uv}} (R_{u,k} - \bar{R}_u)^2} \times \sqrt{\sum_{k \in R_{uv}} (R_{v,k} - \bar{R}_v)^2}} \quad (1)$$

其中, R_{uv} 表示用户 u 和 v 都进行过评分的项目, $R_{u,k}$ 和 $R_{v,k}$ 分别表示用户 u 对项目 k 的评分和用户 v 对项目 k 的评分, \bar{R}_u 表示用户 u 所有评分的均值, \bar{R}_v 表示用户 v 所有评分的均值.

1.2 用户信任度的计算

社交网络中的用户可以关注自己感兴趣的用户,用户之间的信任关系可以通过一个有向图 $G = (U, T)$ 表示.

图中的圆表示用户,带方向的边表示用户之间的信任关系, $U = \{U_1, \dots, U_N\}$ 为信任网络中的用户集合, $T = \{t_{uv} | u, v \in U\}$ 表示用户之间的信任关系,若用户之间存在信任关系,则 $t_{uv} \neq 0$,反之, $t_{uv} = 0$.

如图1所示, U_1 关注了 U_2 和 U_3 , 那么他们之间存在直接信任关系, t_{12} 和 t_{13} 分别为 U_1 和 U_2 之间以及 U_1 和 U_3 之间的直接信任度.

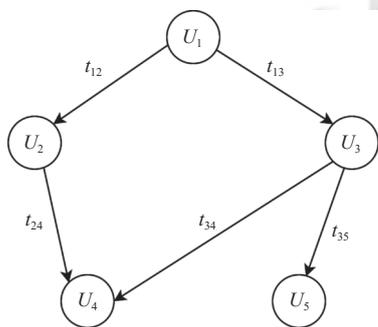


图1 信任网络

图1中 U_1 虽然没有关注 U_4 和 U_5 , 但是 U_1 关注了 U_2 和 U_3 , U_2 和 U_3 都关注了 U_4 , U_3 则关注了 U_5 , 那么可以认为 U_1 和 U_4 、 U_5 之间也存在某种信任关系, 这就是信任的可传播性^[30]. 由于这样的信任关系并不存在

于直接关注的两个用户之间, 因此记为间接信任关系. 本文选择 MoleTrust 模型^[31] 计算用户 u 和用户 v 之间的间接信任度.

$$tr(u, v) = \frac{\sum_{k \in N(u)} T_{uk} T_{kv}}{\sum_{k \in N(u)} T_{uk}} \quad (2)$$

其中, T_{uk} 表示用户 u 对 k 的信任度, T_{kv} 表示用户 k 对 v 的信任度, $N(u)$ 包含了用户 u 信任的所有用户. 当用户间接关注另一个用户时, 随着间接关注者中间用户数量的增加, 间接关注用户之间的信任程度越来越低, 因此本文只考虑存在于3个用户之间的间接信任关系, 即间接关注者中间只有一个用户.

通过对用户之间直接信任关系和间接信任关系的综合, 可以得到用户之间的最终信任度.

$$tru(u, v) = \begin{cases} t_{uv}, & u \text{ 和 } v \text{ 存在直接信任关系} \\ tr(u, v), & u \text{ 和 } v \text{ 存在间接信任关系} \end{cases} \quad (3)$$

1.3 结合评分信息和信任关系的用户聚类

推荐系统中的用户常常只对少数项目进行评分, 因此评分矩阵中存在大量缺失值, 在评分不足的情况下, 仅根据评分信息获得的用户之间的相似性很难真正描绘用户之间的相似关系. 信任关系是最重要的社交关系之一, 人们更愿意接受来自其信任的人的信息, 对一个用户来说, 他的兴趣和其信任用户的兴趣之间具有一定的相似性. 因此本文结合用户的评分信息和信任关系信息, 利用二者得到用户之间的混合相似度对用户进行聚类. 混合相似度如式(4)所示:

$$mixsim(u, v) = \alpha \cdot sim(u, v) + (1 - \alpha) \cdot tru(u, v) \quad (4)$$

其中, α 的取值范围为 $[0, 1]$, 具体合适取值需要根据实验进行确定.

K-means 算法是最常用的聚类方法之一, 本文选择 K-means 算法对混合相似度进行聚类.

2 局部概率矩阵分解模型

2.1 概率矩阵分解模型

概率矩阵分解模型通过学习已观测到的用户-项目评分矩阵获得用户潜在特征矩阵和项目潜在特征矩阵, 并且假设用户和项目的潜在特征矩阵服从同一个分布, 二者的内积表示用户对项目的评分.

假设 $U_i, i = 1, \dots, N$ 表示第 i 个用户, $V_j, j = 1, \dots, M$

表示第 j 个项目, R_{ij} 是用户 i 对项目 j 的评分, 用户-项目评分矩阵 $R \in \mathbb{R}^{N \times M}$ 服从均值为 $U_i^T V_j$, 方差为 α^{-1} 的高斯分布.

$$p(R | U, V, \alpha) = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M [N(R_{ij} | U_i^T V_j, \alpha^{-1})]^{I_{ij}} \quad (5)$$

其中, $I_{ij} = 1$ 表示 R_{ij} 不为 0, 否则 $I_{ij} = 0$.

假设用户特征矩阵 $U \in \mathbb{R}^{D \times N}$ 、项目特征矩阵 $V \in \mathbb{R}^{D \times M}$ 分别服从如式 (6)、式 (7) 所示的条件分布.

$$p(U | \alpha_U) = \prod_{i=1}^N N(U_i | 0, \alpha_U^{-1} I) \quad (6)$$

$$p(V | \alpha_V) = \prod_{j=1}^M N(V_j | 0, \alpha_V^{-1} I) \quad (7)$$

其中, D 为隐空间维数.

通过贝叶斯推理可以得到 U 、 V 的对数联合后验分布.

$$\begin{aligned} \ln p(U, V | R, \alpha, \alpha_U, \alpha_V) &= \ln p(R | U, V, \alpha) + \ln p(U | \alpha_U) + \ln p(V | \alpha_V) \\ &= -\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I_{ij} (R_{ij} - U_i^T V_j)^2 - \frac{\alpha_U}{2} \sum_{i=1}^N U_i^T U_i - \frac{\alpha_V}{2} \sum_{j=1}^M V_j^T V_j \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I_{ij} \right) \ln \alpha^{-1} + ND \ln \alpha_U^{-1} + MD \ln \alpha_V^{-1} \right) + C \end{aligned} \quad (8)$$

其中, C 是不依赖于参数的常数.

最大化对数后验分布等价于最小化式 (9).

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I_{ij} (R_{ij} - U_i^T V_j)^2 \\ &\quad + \frac{\lambda_U}{2} \sum_{i=1}^N \|U_i\|_{\text{Fro}}^2 + \frac{\lambda_V}{2} \sum_{j=1}^M \|V_j\|_{\text{Fro}}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\lambda_U = \frac{\alpha_U}{\alpha}$, $\lambda_V = \frac{\alpha_V}{\alpha}$, $\|\cdot\|_{\text{Fro}}^2$ 表示 Frobenius 范数.

2.2 结合信任关系的局部概率矩阵分解模型

随着网络的快速发展, 用户规模急剧扩大, 如果对评分矩阵进行传统的整体分解, 容易忽略用户之间的局部相似关系带来的影响, 局部概率矩阵分解模型可以捕捉有价值的局部信息, 提升评分预测的准确性. 首先将原始评分矩阵划分为若干个评分子矩阵, 然后对每个子矩阵进行矩阵分解, 此时可以有效利用用户之间的局部相似关系. 因为矩阵分解是利用用户之间的

相似关系建模, 所以当子矩阵中的用户之间相似性越高, 评分趋势越相近时, 模型的预测效果越好, 因此在进行矩阵分解之前, 先通过用户之间的信任关系对用户进行聚类, 具有信任关系的用户, 他们的项目喜好具有相似性. 将原始的用户-项目评分矩阵 R 按照第 1.3 节中的用户聚类结果进行划分, 得到 K 个子矩阵 R^1, \dots, R^K , 在每个子矩阵上分别建立概率矩阵分解模型.

假定每个子矩阵中的用户和项目有同样的超参数, 用户特征向量 U_i^k 和项目特征向量 V_j^k 的先验分布分别如式 (10)、式 (11) 所示:

$$p(U_i^k | \mu_U^k, \Lambda_U^k) = N(U_i^k | \mu_U^k, (\Lambda_U^k)^{-1}) \quad (10)$$

$$p(V_j^k | \mu_V^k, \Lambda_V^k) = N(V_j^k | \mu_V^k, (\Lambda_V^k)^{-1}) \quad (11)$$

其中, U_i^k 表示第 k 个子矩阵中的第 i 个用户, 服从均值为 μ_U^k 、方差为 $(\Lambda_U^k)^{-1}$ 的高斯分布; V_j^k 表示第 k 个子矩阵中的第 j 个项目, 服从均值为 μ_V^k 、方差为 $(\Lambda_V^k)^{-1}$ 的高斯分布. $\Theta_U^k = \{\mu_U^k, \Lambda_U^k\}$ 和 $\Theta_V^k = \{\mu_V^k, \Lambda_V^k\}$ 分别表示第 k 个子矩阵中的用户的超参数和项目的超参数.

由于概率矩阵分解模型在对模型进行训练时需要人工调参, 因此引入超参数先验解决这一问题. 假设 $\Theta_U^k = \{\mu_U^k, \Lambda_U^k\}$ 和 $\Theta_V^k = \{\mu_V^k, \Lambda_V^k\}$ 的先验分布分别如式 (12)、式 (13) 所示:

$$\begin{aligned} p(\Theta_U^k | \mu_0, \nu_0, W_0) &= p(\mu_U^k | \Lambda_U^k) p(\Lambda_U^k) \\ &= N(\mu_U^k | \mu_0, (\beta_0 \Lambda_U^k)^{-1}) W(\Lambda_U^k | W_0, \nu_0) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} p(\Theta_V^k | \mu_0, \nu_0, W_0) &= p(\mu_V^k | \Lambda_V^k) p(\Lambda_V^k) \\ &= N(\mu_V^k | \mu_0, (\beta_0 \Lambda_V^k)^{-1}) W(\Lambda_V^k | W_0, \nu_0) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $W(\Lambda | W_0, \nu_0)$ 是自由度为 ν_0 、尺度矩阵为 W_0 的威沙特分布:

$$W(\Lambda | W_0, \nu_0) = \frac{1}{C} |\Lambda|^{(\nu_0 - D - 1)/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{trace}(W_0^{-1} \Lambda)\right) \quad (14)$$

其中, C 是正则化常数, $\text{trace}(\cdot)$ 表示矩阵的迹运算. 为方便起见, 定义 $\Theta_0 = \{\mu_0, \nu_0, W_0\}$, 通常取 $\mu_0 = 0$, $\nu_0 = D$, W_0 为一个 $D \times D$ 的单位阵.

结合信任关系的局部概率矩阵分解模型 (TLBPMF) 的概率生成过程如图 2 所示, 其中 R_{ij}^k 为第 k 个子矩阵中的用户 i 对项目 j 的评分, $U_i^k, i=1, \dots, N_k$ 和 $V_j^k, j=1, \dots, M$ 分别为第 k 个子矩阵中的用户、项目潜在特征矩阵, 每个子矩阵中的用户和项目共享同样的超参数.

通过边际化模型的参数和超参数, 得到预测评分 $(R_{ij}^k)^*$ 的分布如式 (15) 所示:

$$p((R_{ij}^k)^* | R^k, \Theta_0) = \iint p((R_{ij}^k)^* | U_i^k, V_j^k) p(U^k, V^k | R^k, \Theta_U^k, \Theta_V^k) p(\Theta_U^k, \Theta_V^k | \Theta_0) d\{U^k, V^k\} d\{\Theta_U^k, \Theta_V^k\} \quad (15)$$

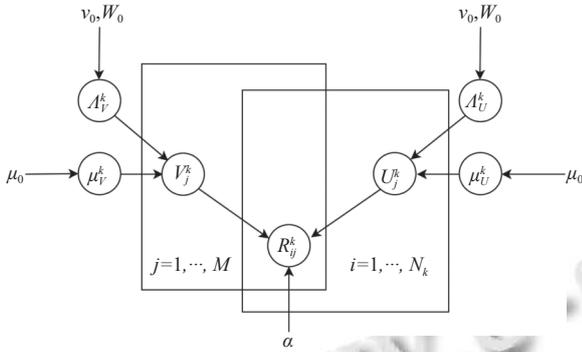


图2 TLBPMF 概率图模型

2.3 模型参数推断: Gibbs 算法

由于积分的复杂性, 参数的后验分布难以获取, 所以选择 MCMC 方法来进行近似. 通过运行一条平稳分布由参数 $\{U^k, V^k, \Theta_U^k, \Theta_V^k\}$ 构成的马尔可夫链得到用户特征向量和项目特征向量的采样 $\{(U_i^k)^{(t)}, (V_j^k)^{(t)}\}$, 经过 T 轮采样后, 利用蒙特卡洛近似得到预测评分.

$$p((R_{ij}^k)^* | R^k, \Theta_0) \approx \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T p((R_{ij}^k)^* | (U_i^k)^{(t)}, (V_j^k)^{(t)}) \quad (16)$$

Gibbs 是最常用的一种 MCMC 方法, 本文选择 Gibbs 抽样算法来进行参数的训练.

在第 2.2 节中设置了模型参数的先验分布为共轭分布, 因此可以通过后验分布推断出条件分布, 用户特征向量 U_i^k 的条件分布为:

$$p(U_i^k | R^k, V^k, \Theta_U^k, \alpha) = N(U_i^k | (\mu_U^k)^*, ((\Lambda_U^k)^*)^{-1}) \sim \prod_{j=1}^M \left[N(R_{ij}^k | (U_i^k)^T V_j^k, \alpha^{-1}) \right]^{I_{ij}} p(U_i^k | \mu_U^k, \Lambda_U^k) \quad (17)$$

其中,

$$(\Lambda_U^k)^* = \Lambda_U^k + \alpha \sum_{j=1}^M \left[V_j^k (V_j^k)^T \right]^{I_{ij}}$$

$$(\mu_U^k)^* = [(\Lambda_U^k)^*]^{-1} \left(\alpha \sum_{j=1}^M \left[V_j^k R_{ij}^k \right]^{I_{ij}} + \Lambda_U^k \mu_U^k \right)$$

同样地, 项目特征向量 V_j^k 的条件分布为:

$$p(V_j^k | R^k, U^k, \Theta_V^k, \alpha) = N(V_j^k | (\mu_V^k)^*, ((\Lambda_V^k)^*)^{-1}) \sim \prod_{i=1}^{N_k} \left[N(R_{ij}^k | (U_i^k)^T V_j^k, \alpha^{-1}) \right]^{I_{ij}} p(V_j^k | \mu_V^k, \Lambda_V^k) \quad (18)$$

其中,

$$(\Lambda_V^k)^* = \Lambda_V^k + \alpha \sum_{i=1}^{N_k} \left[U_i^k (U_i^k)^T \right]^{I_{ij}}$$

$$(\mu_V^k)^* = [(\Lambda_V^k)^*]^{-1} \left(\alpha \sum_{i=1}^{N_k} \left[U_i^k R_{ij}^k \right]^{I_{ij}} + \Lambda_V^k \mu_V^k \right)$$

用户超参数的条件分布可以由高斯-威沙特分布给出:

$$p(\mu_U^k, \Lambda_U^k | U^k, \Theta_0) = N(\mu_U^k | (\mu_U^k)^*, ((\beta_U^k)^* \Lambda_U^k)^{-1}) \cdot W(\Lambda_U^k | (W_U^k)^*, (v_U^k)^*) \quad (19)$$

其中,

$$\begin{cases} (\mu_U^k)^* = \frac{\beta_0 \mu_0 + N_k \bar{U}^k}{\beta_0 + N_k}, (\beta_U^k)^* = \beta_0 + N_k \\ (v_U^k)^* = v_0 + N_k, \bar{U}^k = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} U_i^k \\ (W_U^k)^* = \left(W_0^{-1} + N_k \bar{S}^k + \frac{\beta_0 N_k}{\beta_0 + N_k} (\mu_0 - \bar{U}^k)^T (\mu_0 - \bar{U}^k) \right)^{-1} \\ \bar{S}^k = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} (U_i^k - \bar{U}^k)^T (U_i^k - \bar{U}^k) \end{cases}$$

同样地, 项目超参数的条件分布可由式 (20) 给出:

$$p(\mu_V^k, \Lambda_V^k | V^k, \Theta_0) = N(\mu_V^k | (\mu_V^k)^*, (\beta_V^k)^* \Lambda_V^k)^{-1}) \cdot W(\Lambda_V^k | (W_V^k)^*, (v_V^k)^*) \quad (20)$$

其中,

$$\begin{cases} \mu_V^k = \frac{\beta_0 \mu_0 + M \bar{V}}{\beta_0 + M}, \beta_V^k = \beta_0 + M \\ v_V^k = v_0 + M, \bar{V} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M V_j^k \\ W_V^k = \left(W_0^{-1} + M \bar{S} + \frac{\beta_0 M}{\beta_0 + M} (\mu_0 - \bar{V})^T (\mu_0 - \bar{V}) \right)^{-1} \\ \bar{S} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (V_j^k - \bar{V})^T (V_j^k - \bar{V}) \end{cases}$$

基于上述推导, TLBPMF 模型的 Gibbs 抽样算法如算法 1 所示. 具体来说, 首先根据 K-means 聚类结果对评分矩阵进行划分得到子矩阵, 然后交替采样更新模型参数. 对第 k 个子矩阵, 先初始化模型参数, 即用户特征向量 $(U_i^k)^{(1)}$ 和项目特征向量 $(V_j^k)^{(1)}$, 然后在第 t 次

更新中,根据上一个时刻的参数进行迭代可以得到下一个时刻的参数值,马尔可夫链收敛至平稳分布后可得到后验样本。

算法 1. TLBPMF 模型抽样算法

- (1) 基于用户之间的信任关系使用 K-means 算法对用户进行聚类,根据聚类结果划分评分矩阵,得到 K 个子矩阵;
- (2) for $k=1, \dots, K$: 初始化模型参数 $\{(U_i^k)^{(1)}, (V_j^k)^{(1)}\}$;
- 1) for $t=1, \dots, T$:
 - ① 固定 $(U^k)^{(t)}$, 根据式 (19) 采样用户超参数 $(\Theta_i^k)^{(t)}$;
 - ② 固定 $(V^k)^{(t)}$, 根据式 (20) 采样项目超参数 $(\Theta_j^k)^{(t)}$;
- 2) for $i=1, \dots, N_k$: 根据式 (17) 采样用户特征向量 $(U_i^k)^{(t+1)}$;
- 3) for $j=1, \dots, M$: 根据式 (18) 采样项目特征向量 $(V_j^k)^{(t+1)}$.

算法 1 给出了对 TLBPMF 模型参数进行后验采样的方法,首先结合用户的信任关系对评分矩阵进行划分,然后根据 Gibbs 抽样原理对局部子矩阵的参数进行近似推断,在得到后验样本之后,通过蒙特卡洛近似可得到预测评分.该算法能够有效利用用户之间的局部相似关系,并通过抽样对真实的后验分布进行近似,解决无法准确获取后验分布的问题,提高评分预测的准确性。

3 实验及结果分析

3.1 实验环境

本文的实验硬件环境为 AMD Ryzen 74800U 处理器,运行内存为 16 GB,操作系统为 Windows 10,开发工具为 Matlab R2021a。

3.2 数据集及评价指标

为了检验 TLBPMF 模型的评分预测效果和推荐的准确性,探索用户之间的信任关系和局部相似性对于提升推荐系统效能的作用,本文选择 FilmTrust 电影评分数据集进行研究,该数据集是 Guo 等人^[32]从 FilmTrust 网站上采集的电影评分数据,其中包含用户对电影的评分数据、用户之间的信任关系数据.评分数据反映了用户对自己观看过的电影的喜好程度,评分值范围为 0.5–5 分;而信任关系数据则展示了用户之间的社交关系,如果用户之间存在信任关系,则信任度为 1,否则信任度为 0.该数据集的统计情况如表 1 所示。

表 1 FilmTrust 数据集的统计信息

数据集	FilmTrust
用户数	1508
项目数	2071
评分数	35497
信任关系数	1853

本文从评分预测的准确率和 Top-N 推荐的准确率两个方面来评估推荐效果.其中,评分预测的准确率最常用的指标有平均绝对误差 (MAE) 和均方根误差 (RMSE),误差越小表示预测评分和实际评分之间越接近,评分预测的准确率越高. MAE 和 RMSE 的计算公式如下:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{r}_i - r_i| \quad (21)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{r}_i - r_i)^2}{n}} \quad (22)$$

其中, r_i 是目标用户的实际评分, \hat{r}_i 是目标用户的预测评分, n 是参与预测的项目数。

Top-N 推荐是指根据评分预测的结果生成一个用户最可能喜欢的项目列表推荐给用户,推荐的准确率的评价指标主要有精确率 (Precision) 和召回率 (Recall).其中精确率表示用户喜欢的项目在推荐列表中所占的比例,精确率越高,用户喜欢的概率越大.召回率表示用户喜欢的项目被系统推荐的概率,召回率越高,说明推荐结果越符合用户的偏好. Precision 和 Recall 计算公式如下:

$$Precision = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|R_{(i)} \cap T_{(i)}|}{|R_{(i)}|} \quad (23)$$

$$Recall = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|R_{(i)} \cap T_{(i)}|}{|T_{(i)}|} \quad (24)$$

其中, $R_{(i)}$ 表示系统向用户 i 推荐的项目, $T_{(i)}$ 表示用户 i 喜欢的项目, m 是用户数量。

3.3 实验结果与分析

为了验证 TLBPMF 模型的预测表现,选择 BPF 模型^[15]和 TrustPMF 模型^[23]进行对比. BPF 模型在概率矩阵分解模型的基础上施加了贝叶斯框架, TrustPMF 模型利用了用户之间的信任关系,将用户信任者和被信任者的兴趣近似代替用户自身的兴趣。

BPF 模型的参数设置为 $\mu_0 = 0$, $\nu_0 = D$, $W_0 = I$; TrustPMF 模型的参数为 $\lambda = 0.001$, $\beta_1 = \beta_2 = 0.5$; 本文的参数模型设置为 $K = 3$,即将用户划分为 3 个类, $D = 10$,其余设置与 BPF 模型一致。

在第 1.3 节提的混合相似度中,参数 α 的设置非常重要,当 α 较小时,更多地考虑信任关系信息对聚类的影响,当 α 较大时,更多地考虑评分关系信息对聚类的

影响,因此本文首先对不同的 α 进行实验.

图3显示的是在其他参数设置不变的情况下,参数 α 对推荐精度的影响.由图3可知,随着 α 的增加, $RMSE$ 在逐渐减小,即推荐精度在提升;当 α 达到一定的阈值,随着 α 的增加, $RMSE$ 在逐渐增大,说明推荐的准确性在降低;之后随着 α 的增加 $RMSE$ 又逐渐减小到最小值,因此在后续的实验中设置 $\alpha=0.9$.

本文分别选择80%的数据作为训练集,20%的数据作为测试集和60%的数据作为训练集,40%的数据集作为测试集进行评分预测实验.

图4展示了TLBPMF模型与对比模型的评分预测误差.可以看出,无论是80%训练集的情况下还是60%训练集的情况下,TLBPMF模型相较于对比模型,均有更低的 $RMSE$ 和 MAE ,说明其评分预测效果更好.其中BPMF模型只利用用户的评分信息进行预测,所有的用户使用同样的超参数,且没有对用户之间的信任关系进行研究;TrustPMF模型对用户的信任关系进行了

讨论,但没有根据信任关系对用户之间的局部相似性进行研究.本文提出的TLBPMF模型在考虑用户之间信任关系对评分产生影响的同时,还对用户之间的局部相似性进行研究,提升了评分预测的准确性,可以帮助平台根据评分预测结果为用户提供更精准的推荐,减少用户的搜索时间,提升用户的满意度,增强用户粘性.

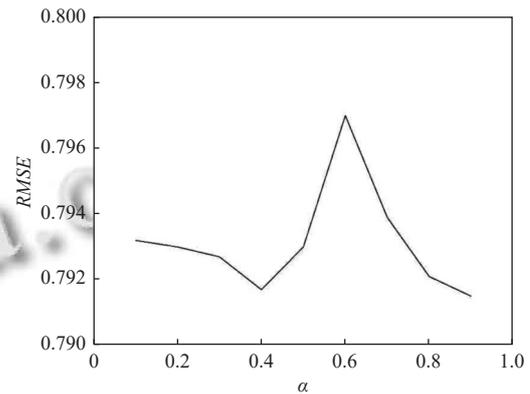


图3 不同 α 值的评分预测误差

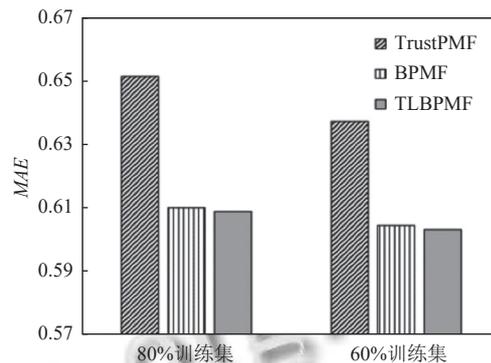
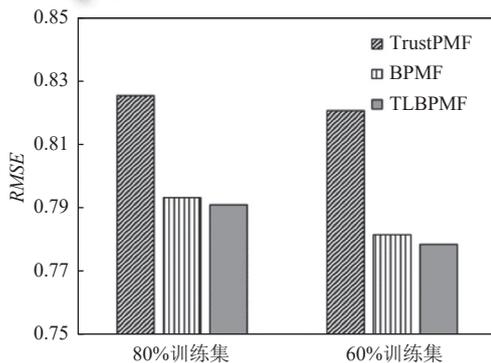


图4 TLBPMF模型与对比模型的评分预测误差

为了更好地验证模型的推荐效果,根据评分预测结果选择Top-5个项目推荐给用户,即选择评分最高的5个项目生成推荐列表推荐给用户.随机选取数据集中60%的数据作为训练集,40%的数据作为测试集进行实验.

表2展示了TLBPMF模型与对比模型的推荐准确率.可以看出,TLBPMF相较于基准模型,推荐的精确率和召回率都更高,说明其推荐的质量更高.

表2 TLBPMF模型与对比模型的推荐准确率(%)

模型	评价指标	
	Precision	Recall
TLBPMF	0.6281	0.5701
BPMF	0.6149	0.5383
TrustPMF	0.4398	0.4205

TLBPMF模型对用户之间的信任关系和局部相似性进行研究,因此能够为用户提供更符合其偏好的推荐,满足用户需求,提升用户活跃度,增加平台效益.

冷启动问题一直是推荐系统面临的重要问题之一,在面对初始评分较少甚至没有评分的用户时,很难获得准确的评分预测结果.为了验证本模型在面对冷启动问题时的表现,选择数据集中评分数小于等于5个的用户作为冷启动用户,随机选取数据集中60%的数据作为训练集,40%的数据作为测试集进行实验.

图5展示了TLBPMF模型与对比模型在冷启动用户上的评分预测误差.由图5可知,TLBPMF模型有最低的 $RMSE$ 值和 MAE 值,说明该模型在对冷启动用户进行评分预测时有更高的准确性.在迭代初期,Trust-

PMF 模型有最低的 $RMSE$ 和 MAE 值,但是随着迭代次数的增加,TLBPMF 模型的表现很快超过了 TrustPMF 模型,说明其评分预测效果最好. BPMF 模型只利用评分信息进行预测,但是在实际生活中,用户往往只对少数项目进行评分,尤其在面对冷启动用户时,能够利用的评分信息非常有限,因此可能会影响预测效果; Trust-PMF 模型虽然对用户之间的信任关系进行了研究,但

是没有利用用户之间的局部相似性,因此预测效果不如 TLBPMF 模型. 由图 5 可以看出, TLBPMF 模型利用用户的信任关系对用户之间的相似性进行了深入研究,在面对冷启动用户时表现优越. 这可以帮助推荐系统快速捕捉新用户的兴趣,进行相关性高、准确度高的推荐,缩短新用户与系统的磨合期,为用户提供良好的初体验,提高用户留存率.

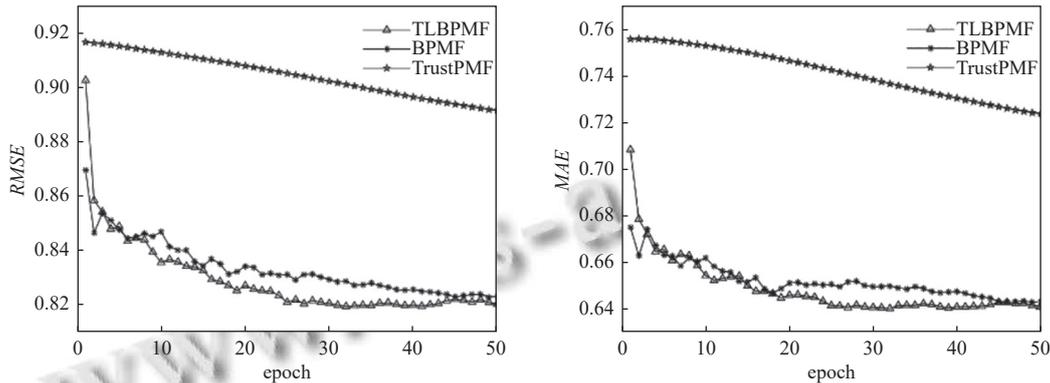


图 5 TLBPMF 模型与对比模型在冷启动用户上的评分预测误差

4 结论与展望

为了改进当前的矩阵分解模型在预测用户评分时无法有效利用用户之间局部相似性以及在面对冷启动用户时表现不佳的问题,本文提出了一种基于用户信任关系的局部贝叶斯概率矩阵分解模型 (TLBPMF). 一方面,在社交网络中,存在信任关系的用户之间具有相近的喜好,通过分析用户之间的信任关系,能够识别出评分相似的用户群体,并以此为基础对用户进行聚类 and 评分子矩阵的构建. 另一方面,传统的概率矩阵分解模型对评分矩阵进行整体分解,无法有效利用用户之间的局部相似性,本文对获取的评分子矩阵分别建立概率矩阵分解模型,充分运用用户之间的局部相似性,并且施加贝叶斯框架实现模型超参数的自动化选择,通过 Gibbs 抽样算法进行参数估计. 实验结果表明, TLBPMF 模型相较于对比模型有更好的评分预测效果,并能在一定程度上缓解冷启动问题.

虽然实证分析表明本文提出的方法可以提高预测准确性,但是还有一些不足. 例如,可以对用户的类别数量进行研究,从而进一步挖掘用户的真实兴趣. 此外考虑信任用户之间的互动频率和不信任用户之间的关系也是值得研究的方向.

参考文献

1 Isinkaye FO, Folajimi YO, Ojokoh BA. Recommendation

- systems: Principles, methods and evaluation. *Egyptian Informatics Journal*, 2015, 16(3): 261–273. [doi: [10.1016/j.eij.2015.06.005](https://doi.org/10.1016/j.eij.2015.06.005)]
- 2 Lu J, Wu DS, Mao MS, *et al.* Recommender system application developments: A survey. *Decision Support Systems*, 2015, 74: 12–32. [doi: [10.1016/j.dss.2015.03.008](https://doi.org/10.1016/j.dss.2015.03.008)]
- 3 Wang RQ, Wu ZD, Lou JG, *et al.* Attention-based dynamic user modeling and deep collaborative filtering recommendation. *Expert Systems with Applications*, 2022, 188: 116036. [doi: [10.1016/j.eswa.2021.116036](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.116036)]
- 4 Walek B, Fajmon P. A hybrid recommender system for an online store using a fuzzy expert system. *Expert Systems with Applications*, 2023, 212: 118565. [doi: [10.1016/j.eswa.2022.118565](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.118565)]
- 5 Gaw F. Algorithmic logics and the construction of cultural taste of the netflix recommender system. *Media, Culture & Society*, 2022, 44(4): 706–725. [doi: [10.1177/016344372111053767](https://doi.org/10.1177/016344372111053767)]
- 6 Ma H, King I, Lyu MR. Learning to recommend with explicit and implicit social relations. *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology (TIST)*, 2011, 2(3): 29. [doi: [10.1145/1961189.1961201](https://doi.org/10.1145/1961189.1961201)]
- 7 Darban ZZ, Valipour MH. GHRS: Graph-based hybrid recommendation system with application to movie recommendation. *Expert Systems with Applications*, 2022, 200: 116850. [doi: [10.1016/j.eswa.2022.116850](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.116850)]
- 8 Zhou W, Haq AU, Qiu LX, *et al.* Multi-view social recommendation via matrix factorization with sub-linear convergence rate. *Expert Systems with Applications*, 2024, 237: 121687.

- 9 Adomavicius G, Tuzhilin A. Toward the next generation of recommender systems: A survey of the state-of-the-art and possible extensions. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2005, 17(6): 734–749. [doi: [10.1109/TKDE.2005.99](https://doi.org/10.1109/TKDE.2005.99)]
- 10 Gogna A, Majumdar A. A comprehensive recommender system model: Improving accuracy for both warm and cold start users. *IEEE Access*, 2015, 3: 2803–2813. [doi: [10.1109/ACCESS.2015.2510659](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2015.2510659)]
- 11 Deng JZ, Ran X, Wang Y, *et al.* Probabilistic matrix factorization recommendation approach for integrating multiple information sources. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(10): 6220–6231. [doi: [10.1109/TSMC.2023.3281706](https://doi.org/10.1109/TSMC.2023.3281706)]
- 12 Koren Y, Bell R, Volinsky C. Matrix factorization techniques for recommender systems. *Computer*, 2009, 42(8): 30–37. [doi: [10.1109/MC.2009.263](https://doi.org/10.1109/MC.2009.263)]
- 13 Wang J, Huang ZY, Liu ZB. SQPMF: Successive point of interest recommendation system based on probability matrix factorization. *Applied Intelligence*, 2024, 54(1): 680–700. [doi: [10.1007/s10489-023-05196-x](https://doi.org/10.1007/s10489-023-05196-x)]
- 14 Salakhutdinov R, Mnih A. Probabilistic matrix factorization. *Proceedings of the 20th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Vancouver: Curran Associates Inc., 2007. 1257–1264.
- 15 Salakhutdinov R, Mnih A. Bayesian probabilistic matrix factorization using Markov chain Monte Carlo. *Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning*. Helsinki: ACM, 2008. 880–887. [doi: [10.1145/1390156.1390267](https://doi.org/10.1145/1390156.1390267)]
- 16 Wu ZP, Tian H, Zhu XZ, *et al.* Exploiting incidence relation between subgroups for improving clustering-based recommendation model. *Proceedings of the 25th International Conference on Multimedia Modeling*. Thessaloniki: Springer, 2019. 543–555. [doi: [10.1007/978-3-030-05710-7_45](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05710-7_45)]
- 17 Lee J, Kim S, Lebanon G, *et al.* Local low-rank matrix approximation. *Proceedings of the 30th International Conference on Machine Learning*. Atlanta: PMLR, 2013. 82–90.
- 18 Lee J, Bengio S, Kim S, *et al.* Local collaborative ranking. *Proceedings of the 23rd International Conference on World Wide Web*. Seoul: ACM, 2014. 85–96. [doi: [10.1145/2566486.2567970](https://doi.org/10.1145/2566486.2567970)]
- 19 Chen C, Li DS, Zhao YY, *et al.* WEMAREC: Accurate and scalable recommendation through weighted and ensemble matrix approximation. *Proceedings of the 38th International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval*. Santiago: ACM, 2015. 303–312. [doi: [10.1145/2766462.2767718](https://doi.org/10.1145/2766462.2767718)]
- 20 Wang KQ, Peng HW, Jin YY, *et al.* Local weighted matrix factorization for top-*n* recommendation with implicit feedback. *Data Science and Engineering*, 2016, 1(4): 252–264. [doi: [10.1007/s41019-017-0032-6](https://doi.org/10.1007/s41019-017-0032-6)]
- 21 Han LF, Chen L, Shi XL. Recommendation model based on probabilistic matrix factorization, integrating user trust relationship, interest mining, and item correlation. *IEEE Access*, 2022, 10: 132315–132331. [doi: [10.1109/access.2022.3230351](https://doi.org/10.1109/access.2022.3230351)]
- 22 Ma H, Yang HX, Lyu MR, *et al.* SoRec: Social recommendation using probabilistic matrix factorization. *Proceedings of the 17th ACM Conference on Information and Knowledge Management*. Napa Valley: ACM, 2008. 931–940. [doi: [10.1145/1458082.1458205](https://doi.org/10.1145/1458082.1458205)]
- 23 Yang B, Lei Y, Liu JM, *et al.* Social collaborative filtering by trust. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2017, 39(8): 1633–1647. [doi: [10.1109/TPAMI.2016.2605085](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2016.2605085)]
- 24 Xu SS, Zhuang HY, Sun FZ, *et al.* Recommendation algorithm of probabilistic matrix factorization based on directed trust. *Computers & Electrical Engineering*, 2021, 93: 107206. [doi: [10.1016/j.compeleceng.2021.107206](https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2021.107206)]
- 25 彭鹏, 米传民, 肖琳. 基于用户信任和兴趣的概率矩阵分解推荐方法. *计算机系统应用*, 2017, 26(9): 1–9. [doi: [10.15888/j.cnki.csa.005933](https://doi.org/10.15888/j.cnki.csa.005933)]
- 26 Chen SC, Zhou SJ. An extended trust and distrust network-based dual fuzzy recommendation model and its application based on user-generated content. *Expert Systems with Applications*, 2024, 248: 123360. [doi: [10.1016/j.eswa.2024.123360](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.123360)]
- 27 Khaledian N, Mardukhi F. CFMT: A collaborative filtering approach based on the nonnegative matrix factorization technique and trust relationships. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2022, 13(5): 2667–2683. [doi: [10.1007/s12652-021-03368-6](https://doi.org/10.1007/s12652-021-03368-6)]
- 28 Yu XY, Tu LL, Chai L, *et al.* Construction of implicit social network and recommendation between users and items via the ISR-RRM algorithm. *Expert Systems with Applications*, 2024, 235: 121229. [doi: [10.1016/j.eswa.2023.121229](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.121229)]
- 29 Ahmadian M, Ahmadian S, Ahmadi M. RDERL: Reliable deep ensemble reinforcement learning-based recommender system. *Knowledge-based Systems*, 2023, 263: 110289. [doi: [10.1016/j.knosys.2023.110289](https://doi.org/10.1016/j.knosys.2023.110289)]
- 30 Chakraborty PS, Karform S. Designing trust propagation algorithms based on simple multiplicative strategy for social networks. *Procedia Technology*, 2012, 6: 534–539. [doi: [10.1016/j.protcy.2012.10.064](https://doi.org/10.1016/j.protcy.2012.10.064)]
- 31 Massa P, Avesani P. Trust-aware collaborative filtering for recommender systems. *Proceedings of the 2004 OTM Confederated International Conferences on the Move to Meaningful Internet Systems*. Agia Napa: Springer, 2004. 492–508. [doi: [10.1007/978-3-540-30468-5_31](https://doi.org/10.1007/978-3-540-30468-5_31)]
- 32 Guo GB, Zhang J, Yorke-Smith N. A novel Bayesian similarity measure for recommender systems. *Proceedings of the 23rd International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Beijing: AAAI Press, 2013. 2619–2625.

(校对责编: 张重毅)